P1-17-6-5

प्रशनपत्र-1

कोड **5**

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 183

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

सामान्य

1. यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोडें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस प्रष्ठ के ऊपरी दायें कोने और इस पुस्तिका के पिछले प्रष्ठ के दायें कोने पर छपा है।
3. प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. प्रश्नपत्र कोड ओ.आर.एस. के बायें तथा दायें भाग में छापे हुए हैं। सुनिश्चित करें की यह दोनों कोड समरूप हैं तथा ये प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपे कोड के समान हैं। यदि नहीं, तो ओ.आर.एस. को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
5. कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गये हैं।
6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिये गए स्थान में अपना नाम व रोल नंबर लिखिए एवं हस्ताक्षर बनाइये।
7. **पूर्वाह्न 9.00 बजे** इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के बाद कृपया जाँच लें की इसमें **36 पृष्ठ** हैं और सभी **54 प्रश्न** और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। यदि नहीं, तो प्रश्नपत्र को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
8. परीक्षार्थी प्रश्नपत्र को परीक्षा की समाप्ती पर ले जा सकते हैं।

ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.)

9. दी गयी ओ.आर.एस. (ऊपरी शीट) के साथ परीक्षार्थी की शीट (निचली शीट) संलग्न है। परीक्षार्थी की शीट ओ.आर.एस. कि कार्बन-रहित प्रति है।
10. ओ.आर.एस. पर अनुरूप बुलबुलों (bubbles) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। ऐसा करने से परीक्षार्थी की शीट पर भी अनुरूप स्थान पर चिन्ह लग जायेगा।
11. ओ.आर.एस. को परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जाएगा।
12. परीक्षा के समापन पर आपको परीक्षार्थी की शीट ले जाने की अनुमति है।
13. ओ.आर.एस. में हेर-फेर/विकृति न करें। **ओ.आर.एस. का कच्चे काम के लिए प्रयोग न करें।**
14. अपना नाम, रोल नंबर एवं परीक्षा केंद्र का कोड ओ.आर.एस. में दिए गए खानों में कलम से लिखें और अपने हस्ताक्षर करें। **इनमें से कोई भी विवरण ओ.आर.एस. में कहीं और न लिखें।** रोल नंबर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि

15. ओ.आर.एस. के बुलबुलों को **काले बॉल पॉइन्ट कलम** से काला करें।
16. बुलबुले ◯ को **पूर्ण** रूप से काला करें।
17. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका है: ⬤
18. ओ.आर.एस. मशीन-जाँच्य है। सुनिश्चित करें की बुलबुले सही विधि से काले किए गये हैं।
19. बुलेबुले को **तभी काला करें** जब आप उत्तर के बारे में निश्चित हो। काले किए हुए बुलबुले को मिटाने अथवा साफ करने का कोई तरीका **नहीं है।**

कृपया शेष निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें ।

253105

निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहर न तोड़ें

GATE

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

भाग I : भौतिकी

खंड –1 (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**

पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।

आंशिक अंक : +1 **प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।

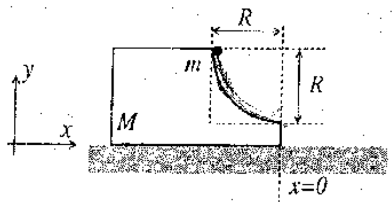
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।

ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.1 वृत्ताकार चाप वाले एक गुटके का द्रव्यमान M है। ये गुटका एक घर्षण रहित मेज पर स्थित है। मेज के सापेक्ष्य (*in a coordinate system fixed to the table*) गुटके का दाहिना कोर (right edge) $x = 0$ पर स्थित है। द्रव्यमान m वाले एक बिंदु कण (point mass) को वृत्ताकार चाप के उच्चतम बिंदु से विरामावस्था से छोड़ा जाता (released from rest) है। ये बिंदु कण वृत्ताकार पथ पर नीचे की ओर सरकता है। जब बिंदु कण गुटके से संपर्क विहीन हो जाता है, तब उसकी तात्क्षणिक स्थिति x और गति v है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं ?



[A] बिंदु कण (m) का वेग $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$ है

[B] गुटके (M) का वेग $V = -\frac{m}{M}\sqrt{2gR}$ है

[C] बिंदु कण (m) का स्थान $x = -\sqrt{2}\,\frac{mR}{M+m}$ है

[D] गुटके (M) के संहति केंद्र के विस्थापन का x घटक (X co-ordinate) $-\frac{mR}{M+m}$ है

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.2 एक सपाट प्लेट (flat plate) अल्प दबाव के गैस (gas at low pressure) में, अपने तल की अभिलंब दिशा में, बाह्य बल F के प्रभाव में अग्रसरित है | प्लेट की गति v, गैस अणुओं के औसत गति u से बहुत कम है | निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं?

[A] कुछ समय के बाद बाह्य बल F और प्रतिरोधक बल संतुलित हो जाएंगे

[B] प्लेट द्वारा अनुभव हुआ प्रतिरोधक बल v के समानुपाती है

[C] प्लेट सर्वदा शुन्येतर स्थिर त्वरण (constant non-zero acceleration) से चलती रहेगी

[D] प्रतिगामी एवं अनुगामी पृष्ठ के दबाव का अंतर uv के समानुपाती है

Q.3 एक समद्विबाहु प्रिज्म का प्रिज्म कोण A है (isosceles prism of angle A) | इस प्रिज्म का अपवर्तनांक μ है | इस प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण (angle of minimum deviation) $\delta_m = A$ है | निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं?

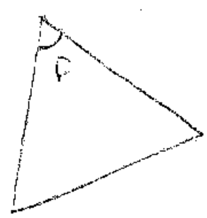
[A] जब पहले तल पर आपतन कोण $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2} - 1} - \cos A\right]$ है, तब इस प्रिज्म के लिए द्वितीय तल से निर्गत किरण प्रिज्म के पृष्ठ से स्पर्शीय होगी (tangential to the emergent surface)

[B] जब प्रिज्म का आपतन कोण $i_1 = A$ है तब प्रिज्म के भीतर प्रकाश किरण प्रिज्म के आधार के समानान्तर होगी |

[C] न्यूनतम विचलन में आपतित कोण i_1 एवं प्रथम अपवर्तक तल के अपवर्तक कोण $r_1 = (i_1/2)$ द्वारा संबंधित है

[D] प्रिज्म का अपवर्तनांक μ एवं प्रिज्म कोण (A), $A = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$ द्वारा संबंधित है

रफ कार्य के लिए स्थान



Q.4 मानवीय पृष्ठीय क्षेत्रफल लगभग 1 m^2 होता है | मानव शरीर का तापमान परिवेश के तापमान से 10 K अधिक होता है | परिवेश तापमान $T_0 = 300$ K है, इस परिवेश तापमान के लिए $\sigma T_0^4 = 460$ Wm^{-2} है| जहाँ σ स्टीफन-बोल्टज़मान नियतांक (Stefan-Boltzmann constant) है | निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं?

[A] परिवेश तापमान अगर ΔT_0 से घटता है ($\Delta T_0 \ll T_0$) तब मानव के शरीर को तापमान का अनुरक्षण करने के लिए $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ अधिक उर्जा विकिरित करनी पड़ती है

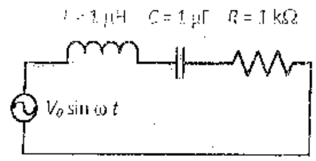
[B] पृष्ठीय क्षेत्रफल घटाने (जैसे: सिकुड़ने से) से मानव अपने शरीर से विकिरित उर्जा घटाते हैं एवं अपने शरीर का तापमान अनुरक्षित करते हैं

[C] मानवीय शरीर के तापमान में अगर सार्थक वृद्धि हो तब प्रकाश चुम्बकीय विकिरण स्पेक्ट्रम की शिखर तरंग-दैर्ध्य (peak in the electromagnetic spectrum) दीर्घ तरंग-दैर्ध्य की ओर विस्थापित होती है

[D] मानवीय शरीर से 1 सेकंड में निकटतम विकिरित उर्जा 60 जूल (60 Joules) है

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.5 चित्र में दिखाये गए परिपथ में $L = 1\ \mu H$, $C = 1\ \mu F$, $R = 1\ k\Omega$ है। एक परिवर्ती वोल्टता ($V = V_0 \sin \omega t$) स्रोत से श्रेणी संबध है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं?



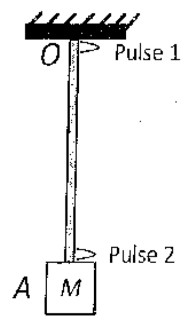
[A] जब $\omega \gg 10^6$ rad. s^{-1}, परिपथ संधारित्र (capacitor) की तरह व्यवहार करता है

[B] जब विद्युत धारा वोल्टता की समकला मे होगी तो वह आवर्ति R पर निर्भर नहीं करेगी

[C] जब $\omega = 10^4$ rad. s^{-1} होगी तब विद्युत धारा (electric current) वोल्टता की समकला मे होगी

[D] जब $\omega \sim 0$ होगी तब परिपथ मे बहती धारा शून्य के निकट होगी

Q.6 एक समान रैखिक घनत्व.त्वे (uniform mass per unit length) ऊर्ध्वाधर डोर के निचले सिरे पर एक गुटका M लटका हुआ है। डोर का दूसरा सिरा दृढ आधार (बिंदु O) से संलग्न है। तरंग-दैर्घ्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 1, pulse 1) बिंदु O पर उत्पन्न की गई है। ये तरंग स्पंद बिंदु O से बिंदु A तक T_{OA} समय में पहुँचती है। गुटके M को बिना विक्षोभित किये हुए बिंदु A पर निर्माण की गई तरंग-दैर्घ्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 2 , pulse 2), बिंदु A से बिंदु O तक T_{AO} समय में पहुँचती है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं?



[A] डोर के अनुदिश प्रेषित किसी भी स्पंद का वेग उसकी आवृति एवं तरंग-दैर्घ्य पर निर्भर नहीं है

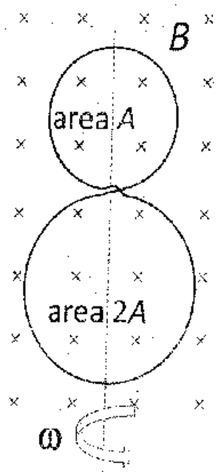
[B] डोर के मध्य बिंदु पर स्पंद 1 (pulse 1) एवं स्पंद 2 (pulse 2) का वेग समान है

[C] स्पंद 1 (pulse 1) की तरंग-दैर्घ्य बिंदु A तक पहुंचने में लम्बी हो जाएगी

[D] समय $T_{AO} = T_{OA}$

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.7 एक गोलाकार विद्युत-रोधी ताम्र तार (insulated copper wire) को A एवं $2A$ वाले दो क्षेत्रफलों के वलयों में व्यावर्तित किया गया है। ***तारों के अतिक्रमण बिंदु विद्युतरोधी रहते है*** (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। संपूर्ण वलय कागज़ के तल मे स्थित है; कागज के तल के अभिलम्बवत स्थिर तथा एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। वलय अपने सामुदायिक व्यासों से बने अक्ष के परितः समय $t = 0$ से ω कोणीय वेग (angular velocity) से घूमना शुरू करता है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?



[A] दोनों वलयों से उत्पन्न कुल प्रेरित विद्युत वाहक बल (emf induced) $\cos \omega t$ के समानुपाती है

[B] दोनों वलयों से उत्पन्न अधिकतम कुल प्रेरित विद्युत वाहक बल (net emf) का आयाम, छोटे वलय में उत्पन्न अधिकतम प्रेरित विद्युत वाहक बल के आयाम के बराबर होगा

[C] जब वलयों का तल कागज़ के तल से अभिलंब दिशा में होता है तब अभिवाह के परिवर्तन की दर अधिकतम होती है

[D] प्रेरित विद्युत वाहक बल (emf induced) वलयों के क्षेत्रफलों के योग के समानुपातिक है

रफ कार्य के लिए स्थान

खंड –2 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पांच प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है |

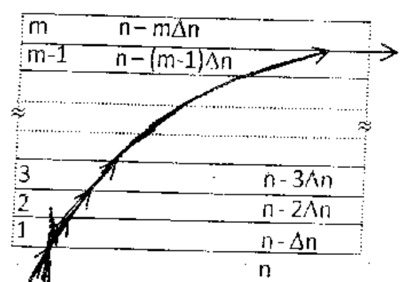
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.8 एक हाइड्रोजन परमाणु का एक इलेक्ट्रॉन n_i क्वांटम संख्या (quantum number) वाले कक्ष से n_f क्वांटम संख्या (quantum number) के कक्ष मे प्रवेश करता है | V_i तथा V_f प्राथमिक एवं अंतिम स्थितिज उर्जाएं है | यदि $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, तब n_f की न्यूनतम सम्भावी संख्या (*smallest possible* n_f) है

Q.9 पृष्ठ-तनाव (surface tension) $S = \frac{0.1}{4\pi}\ \mathrm{Nm^{-1}}$ के द्रव के एक बूंद की त्रिज्या $R = 10^{-2}$ m है, जिसे K समरूप बूंदों में विभाजित किया गया है | पृष्ठ-उर्जा का बदलाव $\Delta U = 10^{-3}$ joules है | यदि $K = 10^{\alpha}$ है तब α का मान होगा

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.10 एकवर्णी प्रकाश (monochromatic light) अपवर्तनांक $n = 1.6$ वाले माध्यम में गतिमान है। यह प्रकाश काँच की चौती (stack of glass layers) पर निचले सतह से $\theta = 30^o$ कोण पर आपतित होता है (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है)। काँचों के स्तर परस्पर समांतर है। काँच के चौती के अपवर्तनांक एकदिष्ट $n_m = n - m\Delta n$, क्रम से घट रहे हैं। यहाँ m स्तर का अपवर्तनांक n_m है और $\Delta n = 0.1$ है। प्रकाश किरण $(m-1)$ एवं m स्तर के पृष्ठतल से समांतर दिशा मे दाईं ओर से बाहर निकलता है। तब m का मान होगा



रफ कार्य के लिए स्थान

* 5

Q.11 आयोडीन का समस्थानिक (isotope) ^{131}I, जिसकी अर्ध-आयु 8 दिन है, β-क्षय के कारण ज़ेनॉन (Xenon) के समस्थानिक में क्षयित होता है | अल्प मात्रा का ^{131}I चिह्नित (labelled) सीरम (serum) मानव शरीर में अन्तःक्षिप्त (inject) किया गया, जिस मात्रा की ऍक्टिवता (activity) 2.4×10^5 बेकेरेल (Becquerel) है | यह सीरम रुधिर धारा मे आधे घंटे में एकसमान वितरित होता है | अगर 11.5 घंटे बाद 2.5 ml रक्त 115 बेकेरेल की ऍक्टिवता दर्शाता है, तब मानव शरीर में रक्त आयतन (लीटर में) है

(आप $e^x \approx 1 + x$ for $|x| \ll 1$ एवं $\ln 2 \approx 0.7$ का उपयोग कर सकते हैं|)

Q.12 एक स्थिर स्रोत आवृत्ति $f_0 = 492$ Hz की ध्वनि उत्सर्जित करता है | $2\ \mathrm{ms^{-1}}$ के गति से अपगमनी कार से यह ध्वनि परावर्तित होती है | ध्वनि स्रोत परावर्तित संकेत को प्राप्त कर के मूल संकेत पर अध्यारोपित (superpose) करता है | तब परिणामी सिग्नल की विस्पंद-आवृत्ति (beat frequency) है

(ध्वनि की गति $330\ \mathrm{ms^{-1}}$ है | कार ध्वनि को उसकी प्राप्त हुई आवृत्ति पर परावर्तित करती है |)

रफ कार्य के लिए स्थान

खंड –3 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के छह प्रश्न हैं।
- इस खंड में दो टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कालम और 4 पंक्तियां हैं)।
- प्रत्येक टेबल पर आधारित **तीन** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**

पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीन कालमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.13, Q.14 और Q.15 के उत्तर दीजिये ।

एक चार्जयुक्त कण (इलेक्ट्रान या प्रोटोन) आरंभिक गति $\vec{v}$ से मूल बिंदु $(x = 0, y = 0, z = 0)$ पर प्रस्तुत (introduced) होता है। स्थिर तथा एकसमान विद्युत् क्षेत्र $\vec{E}$ एवं चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। कण की गति $\vec{v}$, विद्युत् क्षेत्र $\vec{E}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ निम्न कालमों 1, 2 एवं 3 में क्रमशः दर्शाये गये हैं। E_0, B_0 के मान धनात्मक है।		
कालम 1	**कालम 2**	**कालम 3**
(I) इलेक्ट्रान $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(i) $\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P) $\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II) इलेक्ट्रान $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$ से	(ii) $\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q) $\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III) प्रोटोन $\vec{v} = 0$ से	(iii) $\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R) $\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV) प्रोटोन $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(iv) $\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S) $\vec{B} = B_0\hat{z}$

Q.13 किस स्थिति में कण सीधी रेखा में ऋणात्मक y −अक्ष (negative y −axis) की दिशा में चलेगा?

[A] (IV) (ii) (S) [B] (II) (iii) (Q) [C] (III) (ii) (R) [D] (III) (ii) (P)

Q.14 किस स्थिति में कण +z-अक्ष अनुदिश कुंडलिनी पथ (helical path along positive z-axis) का अनुसरण करेगा ?

[A] (II) (ii) (R) [B] (IV) (ii) (R) [C] (IV) (i) (S) [D] (III) (iii) (P)

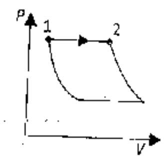
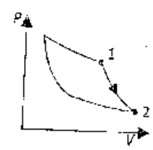
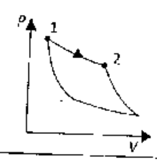
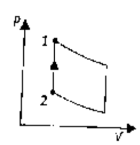
Q.15 किस स्थिति में कण अचल गति से सीधी रेखा में चलन करता है?

[A] (IV) (i) (S) [B] (III) (ii) (R) [C] (III) (iii) (P) [D] (II) (iii) (S)

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीन कालमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.16, Q17 और Q.18 के उत्तर दीजिये

एक आदर्श गैस (ideal gas) विभीन्न चक्रीय उष्मपातिक प्रक्रमों से गुजरता है | यह निम्न कालम 3 में $P - V$ आरेख द्वारा दर्शाया गया है | केवल स्थिति 1 से स्थिति 2 जानेवाले पथ की ओर ध्यान दे | इस पथपर निकाय पर हुआ कार्य W है (work done on the system) | यहाँ γ नियत दाब एवं नियत आयतन ऊष्मा-धरिताओं का अनुपात है (ratio of the heat capacities) | गैस के मोलों (moles) की संख्या n है |

कालम 1	कालम 2	कालम 3
(I) $W_{1\to2} = \frac{1}{\gamma - 1}(P_2V_2 - P_1V_1)$	(i) समतापीय	(P) 
(II) $W_{1\to2} = -PV_2 + PV_1$	(ii) समआयतनिक (isochoric)	(Q) 
(III) $W_{1\to2} = 0$	(iii) समदाबीय	(R) 
(IV) $W_{1\to2} = -nRT\ln(\frac{V_2}{V_1})$	(iv) रुधोष्म (adiabatic)	(S) 

रफ कार्य के लिए स्थान

* 5

Q.16 निम्न विकल्पों में से कोन सा संयोजन आदर्श गैस मे ध्वनि की गति की माप के संशोधन में प्रयुक्त ऊष्मागतिक प्रक्रिया को सही दर्शाता है ?

[A] (IV) (ii) (R) [B] (I) (iv) (Q) [C] (I) (ii) (Q) [D] (III) (iv) (R)

Q.17 निम्न विकल्पों मैं कोन सा संयोजन सही है?

[A] (IV) (ii) (S) [B] (II) (iv) (P) [C] (III) (ii) (S) [D] (II) (iv) (R)

Q.18 निम्न दिए विकल्पों में कौन सा संयोजन $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$ प्रक्रिया का अकेले सही प्रतिनिधित्व करता है ?

[A] (II) (iv) (R) [B] (II) (iii) (P) [C] (II) (iii) (S) [D] (III) (iii) (P)

भाग I समाप्त: भौतिकी

रफ कार्य के लिए स्थान

भाग II: रसायन विज्ञान

खंड -1 (अधिकतम अंक : 28)

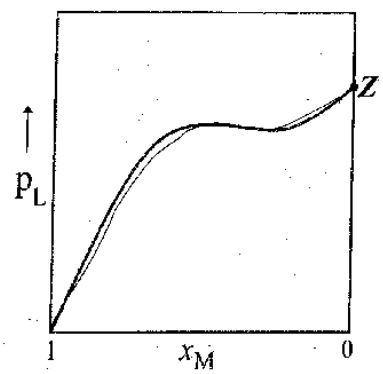
- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**

पूर्ण अंक	: +4	यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक	: +1	**प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक	: 0	यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक	: -2	अन्य सभी परिस्थियों में।

- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.19 L और **M** द्रवों के मिश्रण द्वारा बनाये एक विलयन में द्रव **M** के ग्राम-अणुक भिन्न (mole fraction) के विरुद्ध द्रव L के वाष्प दाब को चित्र में दिखाया गया है. यहाँ x_L और x_M, L और M के क्रमशः ग्राम-अणुक भिन्नों को निरुपित करते हैं। इस निकाय का (के) उपयुक्त सही कथन है (हैं)



[A] बिंदु Z शुद्ध द्रव M के वाष्प दाब को निरुपित करता है और जब $x_L \to 0$ तो राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है

[B] बिंदु Z शुद्ध द्रव L के वाष्प दाब को निरुपित करता है और जब $x_L \to 1$ तो राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है

[C] शुद्ध द्रव L में L- L के बीच में और शुद्ध द्रव M में M- M के बीच में अंतरा-अणुक क्रियाएं L-M के बीच में अंतरा-अणुक क्रियाओं से प्रबल हैं जब उन्हें विलयन में मिश्रित किया जाता है

[D] बिंदु Z शुद्ध द्रव M के वाष्प दाब को निरुपित करता है और $x_L = 0$ से $x_L = 1$ तक राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.20 एक गुलाबी रंग वाले $MCl_2 \cdot 6H_2O$ (X) और NH_4Cl के जलीय विलयन में अधिक्य जलीय अमोनिया के मिलाने पर , वायु की उपस्तिथि में एक अष्टफलकीय संकर (octahedral complex) Y देता है | जलीय विलयन में संकर Y 1:3 विद्युत अपघट्य (electrolyte) की तरह व्यवहार करता है| सामान्य ताप पर अधिक्य HCl के साथ X की अभिक्रिया के परिणाम स्वरुप एक नीले रंग का संकर Z बनता है | X और Z का परिकलित प्रचकरण मात्र चुम्बकीय आघूर्ण (spin only magnetic moment) 3.87 B.M. है, जबकि यह संकर Y के लिए शून्य है | निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही है (हैं) ?

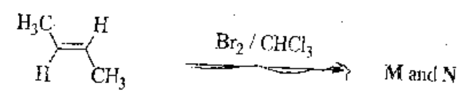
[A] जब 0°C पर X और Z साम्यावस्था में है तो विलयन का रंग गुलाबी है

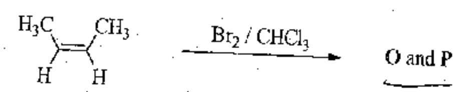
[B] Y में केन्द्रीय धातु आयन का संकरण (hybridization) d^2sp^3 है

[C] Z एक चतुश्फलकीय (tetrahedral) संकर है

[D] Y में सिल्वर नाइट्रेट मिलाने पर सिल्वर क्लोराइड के केवल दो समतुल्य मिलते हैं

Q.21 निम्नलिखित संकलन अभिक्रियाओं (addition reactions) के लिए सही कथन है (हैं)

(i) 

(ii) 

[A] O और P समरूप अणु हैं

[B] (M और O) और (N और P) एनन्टीओमेरो (enantiomers) के दो युगल हैं

[C] (M और O) और (N और P) डाईस्टीरिओमेरों (diastereomers) के दो युगल हैं

[D] दोनों अभिक्रियाओं में ब्रोमिनिकरण ट्रांस संकलन द्वारा बढ़ता है

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.22 एक आदर्श गैस को (p_1,V_1,T_1) से (p_2,V_2,T_2) तक विभिन्न अवस्थाओं के अधीन फैलाया गया है | निम्नलिखित विकल्पों में सही कथन है (हैं)

[A] जब इसे अनुत्क्रमणीय तरीके से (irreversibly) (p_2,V_2) से (p_1,V_1) तक स्थिर दाब p_1 के विरुद्ध दबाया जाता है तो गैस के उपर किया गया कार्य अधिकतम होता है

[B] यदि फैलाव मुक्त रूप से किया जाय तो यह साथ –साथ दोनो समतापी (isothermal) एवं रुध्दोष्म (adiabatic) हैं

[C] जब V_1 से V_2 तक रुध्दोष्म अवस्था के अधीन इसका उत्क्रमणीय (reversible) फैलाव किया जाय तो गैस द्वारा किया गया कार्य V_1 से V_2 तक समतापी (isothermal) अवस्थाओं के अधीन उत्क्रमणीय फैलाव में किये गए कार्य की तुलना में कम है

[D] गैस की आतंरिक उर्जा में बदलाव (i) शून्य है यदि इसे $T_1 = T_2$ के साथ फैलाव उत्क्रमणीय (reversible) तरीके से किया जाए, और (ii) धनात्मक है यदि इसे $T_1 \neq T_2$ के साथ रुध्दोष्म (adiabatic) परिस्थितियों के अधीन उत्क्रमणीय (reversible) फैलाव किया जाय

Q.23 समूह 17 के तत्वों के X_2 अणुओं का रंग इनके वर्ग में नीचे जाने पर पीले रंग से धीरे-धीरे बैगनी रंग में बदलता है | यह निम्न में से किसके फलस्वरूप है

[A] वर्ग में नीचे जाने पर HOMO-LUMO का अंतर घटता है

[B] वर्ग में नीचे जाने पर $\pi^*-\sigma^*$ का अंतर घटता है

[C] सामान्य ताप पर वर्ग में नीचे जाने पर X_2 की भौतिक अवस्था गैस से ठोस में बदलती है

[D] वर्ग में नीचे जाने पर आयनन उर्जा घटती है

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.24 $HClO_4$ और $HClO$ के बारे में सही कथन है (हैं)

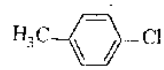
[A] $HClO_4$ का संयुग्मी क्षार (conjugate base) H_2O से दुर्बल क्षार है

[B] $HClO_4$ और $HClO$ दोनों में केंद्रीय परमाणु sp^3 संकरित हैं

[C] Cl_2 की H_2O के साथ अभिक्रिया होने पर $HClO_4$ बनता है

[D] ऋणायन के अनुनाद स्थिरीकरण (resonance stabilization) के फलस्वरूप $HClO_4$, $HClO$ से अधिक अम्लीय है

Q.25 निम्नलिखित यौगिक का (के) आई. यू. पी. ऐ. सी. (IUPAC) नाम है (हैं)



[A] 1-क्लोरो-4-मैथिल बेंजीन

[B] 4-क्लोरो टोलुइन

[C] 4-मैथिलक्लोरो बेंजीन

[D] 1-मैथिल -4- क्लोरोबेंजीन

रफ कार्य के लिए स्थान

खंड 2 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पांच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थियों में।

Q.26 एक शुद्ध पदार्थ के एक क्रिस्टलीय ठोस की फलक–केन्द्रित घन (face-centred cubic) संरचना के साथ कोष्ठिका कोर (cell edge) की लम्बाई 400 pm है। यदि क्रिस्टल के पदार्थ का घनत्व 8 g cm^{-3} है, तो क्रिस्टल के 256 g में उपस्थित परमाणुओं की कुल संख्या $N \times 10^{24}$ है। N का मान है

Q.27 एक दुर्बल एकक्षारकीय अम्ल के 0.0015 M जलीय विलयन की चालकत्व (conductance) एक प्लाटिनिकृत Pt (platinized Pt) इलेक्ट्रोड वाले चालकता सैल का उपयोग कर के निर्धारित की गयी। 1 cm^2 अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले इलेक्ट्रोडो के बीच की दूरी 120 cm है। इस विलयन की चालकत्व का मान 5×10^{-7} S पाया गया। विलयन का pH 4 है। इस दुर्बल एकक्षारकीय अम्ल की जलीय विलयन में सीमान्त मोलर चालकता (limiting molar conductivity (Λ_m°)) का मान $Z \times 10^2$ S cm^{-1} mol^{-1} है। Z का मान है

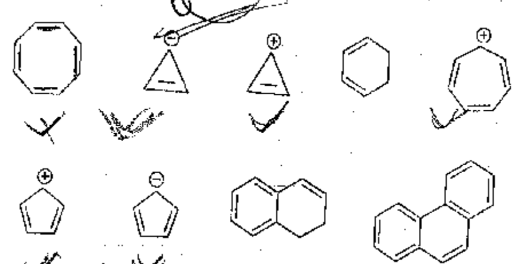
रफ कार्य के लिए स्थान

Q.28 निम्नलिखित वर्ग (species) में प्रत्येक केन्द्रीय परमाणु पर एकाकी इलेक्ट्रान युग्मों की संख्या का योग है

$[TeBr_6]^{2-}$, $[BrF_2]^+$, SNF_3, and $[XeF_3]^-$

(परमाणु संख्या: N = 7, F = 9, S = 16, Br = 35, Te = 52, Xe = 54)

Q.29 निम्नलिखित में से एरोमेटिक यौगिक (यौगिकों) की संख्या है



Q.30 H_2, He_2^+, Li_2, Be_2, B_2, C_2, N_2, O_2^-, और F_2, में प्रतिचुम्बकीय स्पीशीज (diamagnetic species) की संख्या है

(परमाणु संख्या: H = 1, He = 2, Li = 3, Be = 4, B = 5, C = 6, N = 7, O = 8, F = 9)

रफ कार्य के लिए स्थान

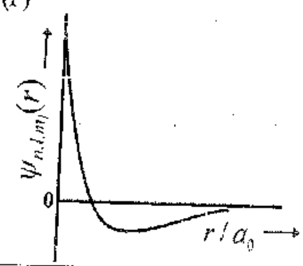
खंड -3 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के छह प्रश्न हैं |
- इस खंड में **दो** टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कालम और 4 पंक्तियां हैं).
- प्रत्येक टेबल पर आधारित **तीन** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ **एक** विकल्प सही हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**
  पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है |
  शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है |
  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थियों में |

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.31, Q.32 और Q.33 के उत्तर दीजिये।

तरंग फलन, ψ_{n,l,m_l} एक गणितीय फलन है जिसका मान इलेक्ट्रान के गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक (r, θ, ϕ) पर निर्भर करता है और क्वांटम संख्या n, l और m_l से अभिलक्षित होता है। यहाँ r नूक्लिअस से दूरी है, θ कोटिशर (colatitude) है, और ϕ दिगंश (azimuth) है। टेबल में दिए गये गणितीय फलनों में Z परमाणु क्रमांक है और a_o बोर त्रिज्या (Bohr radius) है।

कालम 1	कालम 2	कालम 3
(I) 1s आर्बिटल (orbital)	(i) $\psi_{n,l,m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_o}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\left(\frac{Zr}{a_o}\right)}$	(P) 
(II) 2s आर्बिटल (orbital)	(ii) एक त्रिज्यात्मक (radial) नोड	(Q) नूक्लिअस पर प्रायिकता घनत्व (Probability density) $\propto \frac{1}{a_o^3}$
(III) $2p_z$ आर्बिटल (orbital)	(iii) $\psi_{n,l,m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_o}\right)^{\frac{5}{2}} re^{-\left(\frac{Zr}{2a_o}\right)} \cos\theta$	(R) नूक्लिअस पर प्रायिकता घनत्व (Probability density) अधिकतम है
(IV) $3d_z^2$ आर्बिटल (orbital)	(iv) xy- समतल एक नोडीय तल है	(S) इलेक्ट्रोन को $n = 2$ अवस्था से $n = 4$ अवस्था तक उत्तेजित करने की ऊर्जा, इलेक्ट्रान को $n = 2$ अवस्था से $n = 6$ अवस्था तक उत्तेजित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा से $\frac{27}{32}$ गुना है

Q.31 हाइड्रोजन परमाणु के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल **सही** संयोजन है

[A] (I) (i) (P) [B] (II) (i) (Q) [C] (I) (iv) (R) [D] (I) (i) (S)

Q.32 He^+ आयन के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल **गलत (INCORRECT)** संयोजन है

[A] (I) (i) (S) [B] (I) (i) (R) [C] (I) (iii) (R) [D] (II) (ii) (Q)

Q.33 कालम 1 में दिए गये आर्बिटल (orbital) के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से किसी भी हाइड्रोजन-समान स्पीशीज (species) के लिए केवल **सही** संयोजन है

[A] (III) (iii) (P) [B] (I) (ii) (S) [C] (IV) (iv) (R) [D] (II) (ii) (P)

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 34, 35 एवं 36 के उत्तर दीजिये |

कालम 1, 2 और 3 में क्रमशः आरम्भिक पदार्थ, अभिक्रिया अवस्थाएं, और अभिक्रियाओं के प्रकार हैं |

कालम 1	कालम 2	कालम 3
(I) टालुईन (Toluene)	(i) $NaOH/Br_2$	(P) संघनन (Condensation)
(II) असिटोफेनोन (Acetophenone)	(ii) $Br_2/h\nu$	(Q) कार्बोक्सिलकरण (Carboxylation)
(III) बेन्ज़िल्डहाइड (Benzaldehyde)	(iii) $(CH_3CO)_2O/CH_3COOK$	(R) प्रतिस्थापन (Substitution)
(IV) फेनोल (Phenol)	(iv) $NaOH/CO_2$	(S) हालोफर्म (Haloform)

Q.34 निम्नलिखित विकल्पों में से केवल **सही** संयोजन जो कि दो भिन्न कार्बोक्सिलिक अम्ल देता है, है

[A] (III) (iii) (P) [B] (I) (i) (S) [C] (II) (iv) (R) [D] (IV) (iii) (Q)

Q.35 निम्नलिखित विकल्पों में से केवल **सही** संयोजन जिसमें अभिक्रिया मूलक (radical) प्रक्रिया द्वारा बढ़ती है, है

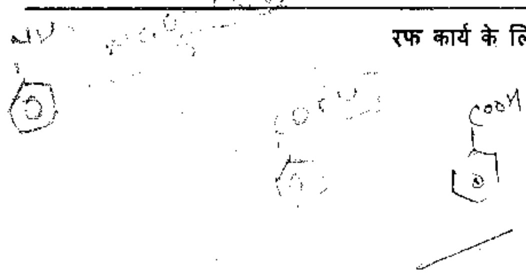
[A] (III) (ii) (P) [B] (IV) (i) (Q) [C] (II) (iii) (R) [D] (I) (ii) (R)

Q.36 बेन्जोईक अम्ल के संश्लेषण (synthesis) के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल **सही** संयोजन है

[A] (I) (iv) (Q) [B] (III) (iv) (R) [C] (IV) (ii) (P) [D] (II) (i) (S)

भाग II समाप्त: रसायन विज्ञान

रफ कार्य के लिए स्थान



भाग 3: गणित

खंड –1 (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे**:

  पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।

  आंशिक अंक : +1 **प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।

  शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।

  ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.37 यदि $2x - y + 1 = 0$ अतिपरवलय (hyperbola) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$ की स्पर्शरेखा (tangent) है तो निम्न में से कौन सी समकोणीय त्रिभुज (right angled triangle) की भुजायें **नही हो सकती** है(हैं)?

[A] $a, 4, 2$ [B] $2a, 8, 1$ [C] $2a, 4, 1$ [D] $a, 4, 1$

Q.38 माना कि X और Y इस प्रकार की दो घटनायें (events) हैं कि $P(X) = \frac{1}{3}$, $P(X|Y) = \frac{1}{2}$ और $P(Y|X) = \frac{2}{5}$ है। तब

[A] $P(Y) = \frac{4}{15}$

[B] $P(X'|Y) = \frac{1}{2}$

[C] $P(X \cap Y) = \frac{1}{5}$

[D] $P(X \cup Y) = \frac{2}{5}$

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.39 माना कि a, b, x और y इस प्रकार की वास्तविक सँख्यायें (real numbers) हैं कि $a - b = 1$ और $y \neq 0$ है। यदि सम्मिश्र सँख्या (complex number) $z = x + iy$, $Im\left(\frac{az+b}{z+1}\right)$=y को सन्तुष्ट करती है, तब निम्न में से कौन सा(से) x का(के) सम्भावित मान है(हैं)?

[A] $-1 + \sqrt{1 - y^2}$

[B] $1 - \sqrt{1 + y^2}$

[C] $1 + \sqrt{1 + y^2}$

[D] $-1 - \sqrt{1 - y^2}$

Q.40 माना कि x से छोटा या x के समान सबसे बड़ा पूर्णांक (integer) $[x]$ है। तब $f(x) = \cos(\pi(x + [x]))$, निम्न में से किन बिन्दु(ओं) पर असतत (discontinuous) है?

[A] $x = 1$

[B] $x = -1$

[C] $x = 0$

[D] $x = 2$

Q.41 माना कि $f: \mathbb{R} \to (0, 1)$ एक सतत फलन (continuous function) है। तब निम्न फलनों में से कौन से फलन(नों) का(के) मान अन्तराल (interval) $(0, 1)$ के किसी बिन्दु पर शून्य होगा

[A] $x - \int_0^{\frac{\pi}{2}-x} f(t) \cos t \, dt$

[B] $x^9 - f(x)$

[C] $e^x - \int_0^x f(t) \sin t \, dt$

[D] $f(x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \sin t \, dt$

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.42 यदि परवलय (parabola) $y^2 = 16x$ की एक जीवा (chord), जो स्पर्शरेखा (tangent) नहीं है, का समीकरण $2x + y = p$ तथा मध्यबिन्दु (midpoint) (h, k) है, तो निम्न में से p, h एवम् k के सम्भावित मान है(हैं)?

[A] $p = -2, h = 2, k = -4$

[B] $p = 5, h = 4, k = -3$

[C] $p = -1, h = 1, k = -3$

[D] $p = 2, h = 3, k = -4$

Q.43 निम्न में से कौन सा(से) वास्तविक सँख्याओं के 3×3 आव्यूह (matrix) का वर्ग (square) नहीं है(हैं)?

[A] $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

[B] $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

[C] $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

[D] $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

रफ कार्य के लिए स्थान

खंड 2 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पांच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.44 अक्षरों A, B, C, D, E, F, G, H, I, J से 10 लम्बाई के शब्द बनाये जाते हैं। माना कि x इस तरह के उन शब्दों की संख्या है जिनमें किसी भी अक्षर की पुनरावृति नहीं होती है, तथा y इस तरह के उन शब्दों की संख्या है जिन में केवल एक अक्षर की पुनरावृति दो बार होती है व किसी अन्य अक्षर की पुनरावृति नहीं होती है। तब $\frac{y}{9x}$ =

Q.45 p के कितने मानों के लिये वृत्त (circle) $x^2 + y^2 + 2x + 4y - p = 0$ एवम् निर्देशांक अक्षों (coordinate axes) में केवल तीन बिन्दु उभयनिष्ठ (common) हैं?

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.46 एक समकोणीय त्रिभुज (right angled triangle) की भुजायें समान्तर श्रेढ़ी (arithmetic progression) में हों। यदि इसका क्षेत्रफल 24 है तब इसकी सबसे छोटी भुजा की लम्बाई क्या है?

Q.47 वास्तविक संख्या (real number) α के लिये, यदि रैखिक समीकरण निकाय (system of linear equations)

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

के अनन्त हल (infinitely many solutions) हैं, तब $1 + \alpha + \alpha^2 =$

Q.48 माना कि $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ इस प्रकार का अवकलनीय फलन (differentiable function) है कि $f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ एवम् $f'(0) = 1$ हों। यदि $x \in (0, \frac{\pi}{2}]$ के लिये

$$g(x) = \int_x^{\frac{\pi}{2}} [f'(t) \operatorname{cosec} t - \cot t \operatorname{cosec} t \, f(t)] \, dt$$

है, तब $\lim_{x \to 0} g(x) =$

रफ कार्य के लिए स्थान

खंड –3 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के **छह** प्रश्न हैं।
- इस खंड में **दो** टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कालम और 4 पंक्तियां हैं).
- प्रत्येक टेबल पर आधारित **तीन** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:**

  पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 49, 50 एवं 51 के उत्तर दीजिये।

कॉलम 1, 2 तथा 3 में क्रमशः कॉनिक (conic), कॉनिक पर स्पर्शरेखा (tangent) का समीकरण तथा स्पर्शबिन्दु (point of contact) दिये गये हैं।

कॉलम 1	कॉलम 2	कॉलम 3
(I) $x^2 + y^2 = a^2$	(i) $my = m^2x + a$	(P) $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$
(II) $x^2 + a^2y^2 = a^2$	(ii) $y = mx + a\sqrt{m^2+1}$	(Q) $\left(\frac{-ma}{\sqrt{m^2+1}}, \frac{a}{\sqrt{m^2+1}}\right)$
(III) $y^2 = 4ax$	(iii) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 - 1}$	(R) $\left(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2+1}}, \frac{1}{\sqrt{a^2m^2+1}}\right)$
(IV) $x^2 - a^2y^2 = a^2$	(iv) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + 1}$	(S) $\left(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2-1}}, \frac{-1}{\sqrt{a^2m^2-1}}\right)$

Q.49 $a = \sqrt{2}$ के लिये उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) पर एक स्पर्शरेखा खींची जाती है जिसका स्पर्शबिन्दु $(-1, 1)$ तब निम्न में से कौन सा विकल्प इस स्पर्शरेखा का समीकरण प्राप्त करने का केवल सही संयोजन है?

[A] (II) (ii) (Q) [B] (III) (i) (P) [C] (I) (ii) (Q) [D] (I) (i) (P)

Q.50 यदि उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) के स्पर्शबिन्दु (8,16) पर स्पर्शरेखा $y = x + 8$ है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है?

[A] (III) (i) (P) [B] (II) (iv) (R) [C] (III) (ii) (Q) [D] (I) (ii) (Q)

Q.51 यदि उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) के बिन्दु $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ पर स्पर्शरेखा $\sqrt{3}x + 2y = 4$ है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है?

[A] (IV) (iii) (S) [B] (II) (iv) (R) [C] (IV) (iv) (S) [D] (II) (iii) (R)

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीने काँलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 52, 53 एवं 54 के उत्तर दीजिये।

माना कि $f(x) = x + \log_e x - x \log_e x,\ x \in (0, \infty)$ है।

- कॉलम 1 मे $f(x), f'(x)$ एवम् $f''(x)$ के शून्यों की सूचना दी गई है।
- कॉलम 2 मे $f(x), f'(x)$ एवम् $f''(x)$ के अनन्त की तरफ सीमा पर व्यवहार (limiting behavior at infinity) की सूचना दी गई है।
- कॉलम 3 मे $f(x)$ एवम् $f'(x)$ के वर्धमान/ह्रासमान (increasing/decreasing) होने की प्रकृति (nature) की सूचना दी गई हैं।

कॉलम 1	कॉलम 2	कॉलम 3
(I) $f(x) = 0$ किसी $x \in (1,\ e^2)$ के लिये	(i) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$	(P) f $(0, 1)$ वर्धमान है
(II) $f'(x) = 0$ किसी $x \in (1,\ e)$ के लिये	(ii) $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$	(Q) f में $(e,\ e^2)$ ह्रासमान है
(III) $f'(x) = 0$ किसी $x \in (0,\ 1)$ के लिये	(iii) $\lim_{x\to\infty} f'(x) = -\infty$	(R) f' में $(0, 1)$ वर्धमान है
(IV) $f''(x) = 0$ किसी $x \in (1,\ e)$ के लिये	(iv) $\lim_{x\to\infty} f''(x) = 0$	(S) f' में (e, e^2) ह्रासमान है

Q.52 निम्न में से कौन सा विकल्प केवल **सही** संयोजन है?

[A] (III) (iv) (P) [B] (I) (ii) (R) [C] (II) (iii) (S) [D] (IV) (i) (S)

Q.53 निम्न में से कौन सा विकल्प केवल गलत संयोजन (only INCORRECT combination) है?

[A] (II) (iv) (Q) [B] (III) (i) (R) [C] (I) (iii) (P) [D] (II) (iii) (P)

Q.54 निम्न में से कौन सा विकल्प केवल **सही** संयोजन है?

[A] (I) (i) (P) [B] (II) (ii) (Q) [C] (IV) (iv) (S) [D] (III) (iii) (R)

प्रश्न पत्र समाप्त

रफ कार्य के लिए स्थान

कोड **5**

Deepu, you are best,

प्रश्नपत्र का प्रारूप एवं अंकन योजना

20. इस प्रश्नपत्र में तीन भाग हैं : भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित ।

21. प्रत्येक भाग में तीन खंड है जिनका विवरण निम्नलिखित तालिका में दिया गया है।

खंड	प्रश्न का प्रकार	प्रश्नों की संख्या	वर्गानुसार प्रत्येक प्रश्न के अंक				खंड में अधिकतम अंक
			पूर्ण अंक	आंशिक अंक	शून्य अंक	ऋण अंक	
1	एकल या एक से अधिक सही विकल्प	7	+4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है	+1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है	0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है	−2 अन्य सभी परिस्थितियों में	28
2	एकल अंकीय पूर्णांक (0-9)	5	+3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है	—	0 अन्य सभी परिस्थितियों में	—	15
3	एकल सही विकल्प	6	+3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है	—	0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है	−1 अन्य सभी परिस्थितियों में	18

SEAL

परीक्षार्थी का नाम ...... Deepika Mattoo ......

रोल नंबर ...... 20S610S ......

SEAL

मैंने सभी निर्देशों को पढ़ लिया है और मैं उनका अवश्य पालन करूँगा/करूँगी

Deepika

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर

मैंने परीक्षार्थी के परिचय, नाम और रोल नंबर को पूरी तरह जाँच लिया है एवं प्रश्न पत्र और ओ.आर.एस. कोड दोनों समान हैं।

[signature]

निरीक्षक के हस्ताक्षर