

P1-17-6-8

प्रश्नपत्र-1



कोड 8

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 183

कृपया इन निर्देशों का ध्यान से पढ़ें

सामान्य

1. यह मासिक पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोड़ें जब तक इसका विदेश न किया जाये।
  2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी दाहिने कोने और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ के बाईं कोने पर छपा है।
  3. प्रश्नपत्र उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
  4. प्रश्नपत्र कोड ओ.आर.एस. के बाईं तथा दाईं भाग में छापे हुए हैं। सुनिश्चित करें की यह दोनो कोड समरूप हैं तथा ये प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपे कोड के समान हैं। यदि नहीं तो ओ.आर.एस. को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
  5. कच्चे तारों के लिए इस पुस्तिका में खासी स्थान दिए जाये हैं।
  6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिये गये स्थान पर अपना नाम चारों तरफ लिखिए एवं हस्ताक्षर लखें।
  7. प्रश्नपत्र 9:00 बजे इस पुस्तिका की सहायता के बाद कम्प्यूटरी से कोड का 36 पृष्ठ और सभी 64 प्रश्न और उनके उत्तर निकलने तक से पढ़े जा सकते हैं। यदि नहीं तो प्रश्नपत्र को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
  8. परीक्षा प्रश्नपत्र को परीक्षा की समाप्ति तक नो जा सकते हैं।
- ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.)
9. दी गयी ओ.आर.एस. (अपनी शीट) के साथ परीक्षार्थी की शीट (मिचली शीट) समरूप है। परीक्षार्थी की शीट ओ.आर.एस. कि काले चिह्न प्रतिक्रिया है।
  10. ओ.आर.एस. में अक्षर अक्षर बुलबुल (bubbles) को प्रबल दबाव डालकर काला करें। ऐसा करने से परीक्षार्थी की शीट पर ओ.आर.एस. पर चिह्न स्पष्ट जायेगा।
  11. ओ.आर.एस. को परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जाएगा।
  12. परीक्षा के समापन पर आपकी परीक्षा की शीट से जिन की अनुमति है।
  13. ओ.आर.एस. में हरे रंग के चिह्न को ओ.आर.एस. का कच्चे काम के लिए प्रयोग न करें।
  14. अपना नाम, रोल नंबर एवं परीक्षा के कोड ओ.आर.एस. में दिए गए खानों में कलम से लिखें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी विवरण ओ.आर.एस. में कहीं और न लिखें। रोल नंबर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि
15. ओ.आर.एस. के बुलबुलों को काले बॉल पॉइन्ट कलम से काला करें।
  16. बुलबुले  को पूर्ण रूप से काला करें।
  17. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका है: 
  18. ओ.आर.एस. मशीन-जांच्य है। सुनिश्चित करें की बुलबुले सही विधि से काले किए गये हैं।
  19. बुलबुले को तभी काला करें जब आप उत्तर के बारे में निश्चित हो। काले किए हुए बुलबुले को मिटाने अथवा साफ करने का कोई तरीका नहीं है।

कृपया शेष निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें।



Handwritten signature/initials

253358

SEAL

निरीक्षक के अमुदेशों के विना मुहर न तोड़ें

SEAL



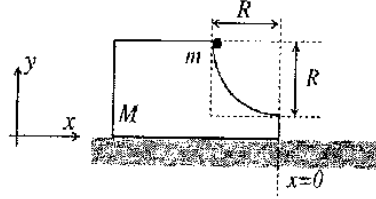
## भाग I : भौतिकी

### खंड -1 (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरो) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
  - पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
  - आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
  - शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
  - ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

रफ कार्य के लिए स्थान

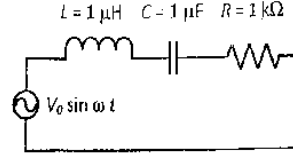
Q.1 वृत्ताकार चाप वाले एक गुटके का द्रव्यमान  $M$  है। ये गुटका एक घर्षण रहित मेज पर स्थित है। मेज के सापेक्ष (in a coordinate system fixed to the table) गुटके का दाहिना कोर (right edge)  $x = 0$  पर स्थित है। द्रव्यमान  $m$  वाले एक बिंदु कण (point mass) को वृत्ताकार चाप के उच्चतम बिंदु से विरामावस्था से छोड़ा जाता (released from rest) है। ये बिंदु कण वृत्ताकार पथ पर नीचे की ओर सरकता है। जब बिंदु कण गुटके से संपर्क विहीन हो जाता है, तब उसकी तात्कालिक स्थिति  $x$  और गति  $v$  है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/ हैं ?



- [A] गुटके ( $M$ ) के संहति केंद्र के विस्थापन का  $x$  घटक ( $x$  co-ordinate)  $-\frac{mR}{M+m}$  है
- [B] बिंदु कण ( $m$ ) का स्थान  $x = -\sqrt{2} \frac{mR}{M+m}$  है
- [C] गुटके ( $M$ ) का वेग  $V = -\frac{m}{M} \sqrt{2gR}$  है
- [D] बिंदु कण ( $m$ ) का वेग  $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$  है

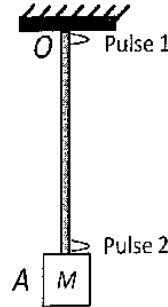
रफ कार्य के लिए स्थान

- Q.2 चित्र में दिखाये गए परिपथ में  $L = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ ,  $R = 1 \text{k}\Omega$  है। एक परिवर्ती वोल्टता ( $V = V_0 \sin \omega t$ ) स्रोत से श्रेणी संबंध है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं?



- [A] जब  $\omega \sim 0$  होगी तब परिपथ में बहती धारा शून्य के निकट होगी  
 [B] जब  $\omega = 10^4 \text{ rad. s}^{-1}$  होगी तब विद्युत धारा (electric current) वोल्टता की समकला में होगी  
 [C] जब  $\omega \gg 10^6 \text{ rad. s}^{-1}$ , परिपथ संधारित्र (capacitor) की तरह व्यवहार करता है  
 [D] जब विद्युत धारा वोल्टता की समकला में होगी तो वह आवृत्ति  $R$  पर निर्भर नहीं करेगी

- Q.3 एक समान रैखिक घनतावाले (uniform mass per unit length) उर्ध्वाधर डोर के निचले सिरे पर एक भुटका  $M$  लटका हुआ है। डोर का दूसरा सिरा दृढ़ आधार (बिंदु  $O$ ) से संलग्न है। तरंग-दैर्घ्य  $\lambda_0$  की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद-1, pulse 1) बिंदु  $O$  पर उत्पन्न की गई है। ये तरंग स्पंद बिंदु  $O$  से बिंदु  $A$  तक  $T_{OA}$  समय में पहुँचती है। गुटके  $M$  को बिना विक्षोभित किये हुए बिंदु  $A$  पर निर्माण की गई तरंग-दैर्घ्य  $\lambda_0$  की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 2, pulse 2), बिंदु  $A$  से बिंदु  $O$  तक  $T_{AO}$  समय में पहुँचती है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है / हैं?



$$v = \frac{2T}{\mu}$$

- [A] स्पंद 1 (pulse 1) की तरंग-दैर्घ्य बिंदु  $A$  तक पहुँचने में लम्बी हो जाएगी  
 [B] डोर के मध्य बिंदु पर स्पंद 1 (pulse 1) एवं स्पंद 2 (pulse 2) का वेग समान है  
 [C] डोर के अनुदिश प्रेषित किसी भी स्पंद का वेग उसकी आवृत्ति एवं तरंग-दैर्घ्य पर निर्भर नहीं है  
 [D] समय  $T_{AO} = T_{OA}$

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.4 मानवीय पृष्ठीय क्षेत्रफल लगभग  $1 \text{ m}^2$  होता है। मानव शरीर का तापमान परिवेश के तापमान से  $10 \text{ K}$  अधिक होता है। परिवेश तापमान  $T_0 = 300 \text{ K}$  है, इस परिवेश तापमान के लिए  $\sigma T_0^4 = 460 \text{ W m}^{-2}$  है। जहाँ  $\sigma$  स्टीफन-बोल्जमन नियतांक (Stefan-Boltzmann constant) है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/ हैं?

- [A] मानवीय शरीर से  $1$  सेकंड में निकटतम विकिरित ऊर्जा  $60$  जूल ( $60 \text{ Joules}$ ) है
- [B] परिवेश तापमान अगर  $\Delta T_0$  से घटता है ( $\Delta T_0 \ll T_0$ ) तब मानव के शरीर को तापमान का अनुरक्षण करने के लिए  $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$  अधिक ऊर्जा विकिरित करनी पड़ती है
- [C] मानवीय शरीर के तापमान में अगर सार्थक वृद्धि हो तब प्रकाश चुम्बकीय विकरण स्पेक्ट्रम की शिखर तरंग-दैर्घ्य (peak in the electromagnetic spectrum) दीर्घ तरंग-दैर्घ्य की ओर विस्थापित होती है
- [D] पृष्ठीय क्षेत्रफल घटाने (जैसे: शिकुड़ने से) से मानव अपने शरीर से विकिरित ऊर्जा घटाते हैं एवं अपने शरीर का तापमान अनुरक्षित करते हैं

---

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.5 एक समद्विबाहु प्रिज्म का प्रिज्म कोण  $A$  है (isosceles prism of angle  $A$ )। इस प्रिज्म का अपवर्तनांक  $\mu$  है। इस प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण (angle of minimum deviation)  $\delta_m = A$  है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/ हैं?

- [A] जब प्रिज्म का आपतन कोण  $i_1 = A$  है तब प्रिज्म के भीतर प्रकाश किरण प्रिज्म के आधार के समानांतर होगी।  
 [B] न्यूनतम विचलन में आपतित कोण  $i_1$  एवं प्रथम अपवर्तक तल के अपवर्तक कोण  $r_1 = (i_1/2)$  द्वारा संबंधित है।  
 [C] प्रिज्म का अपवर्तनांक  $\mu$  एवं प्रिज्म कोण ( $A$ ),  $A = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left( \frac{\mu}{2} \right)$  द्वारा संबंधित है।  
 [D] जब पहले तल पर आपतन कोण  $i_1 = \sin^{-1} \left[ \sin A \sqrt{4 \cos^2 \frac{A}{2} - 1} - \cos A \right]$  है, तब इस प्रिज्म के लिए द्वितीय तल से निर्गत किरण प्रिज्म के पृष्ठ से स्पर्शीय होगी (tangential to the emergent surface)।

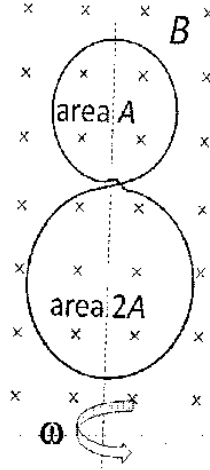
Q.6 एक सपाट प्लेट (flat plate) अल्प दबाव के गैस (gas at low pressure) में, अपने तल की अभिलंब दिशा में, बाह्य बल  $F$  के प्रभाव में अग्रसरित है। प्लेट की गति  $v$ , गैस अणुओं के औसत गति  $u$  से बहुत कम है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/ हैं?

- [A] प्रतिगामी एवं अनुगामी पृष्ठ के दबाव का अंतर  $uv$  के समानुपाती है।  
 [B] प्लेट द्वारा अनुभव हुआ प्रतिरोधक बल  $v$  के समानुपाती है।  
 [C] प्लेट सर्वदा शून्यतर स्थिर त्वरण (constant non-zero acceleration) से चलती रहेगी।  
 [D] कुछ समय के बाद बाह्य बल  $F$  और प्रतिरोधक बल संतुलित हो जायेंगे।

---

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.7 एक गोलाकार विद्युत-रोधी ताम्र तार (insulated copper wire) को  $A$  एवं  $2A$  वाले दो क्षेत्रफलों के वलयों में व्यावर्तित किया गया है। तारों के अतिक्रमण बिंदु विद्युतरोधी रहते हैं (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। संपूर्ण वलय कागज़ के तल में स्थित है। कागज़ के तल के अभिलम्बवत स्थिर तथा एक-समान चुम्बकीय क्षेत्र  $\vec{B}$  सर्वत्र उपस्थित है। वलय अपने सामुदायिक व्यासों से बने अक्ष के परितः समय  $t = 0$  से  $\omega$  कोणीय वेग (angular velocity) से घूमना शुरू करता है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?



- [A] प्रेरित विद्युत वाहक बल ( $emf$  induced) वलयों के क्षेत्रफलों के योग के समानुपातिक है  
 [B] दोनों वलयों से उत्पन्न कुल प्रेरित विद्युत वाहक बल ( $emf$  induced)  $\cos \omega t$  के समानुपाती है  
 [C] जब वलयों का तल कागज़ के तल से अभिलंब दिशा में होता है तब अभिवाह के परिवर्तन की दर अधिकतम होती है  
 [D] दोनों वलयों से उत्पन्न अधिकतम कुल प्रेरित विद्युत वाहक बल (net  $emf$ ) का आयाम, छोटे वलय में उत्पन्न अधिकतम प्रेरित विद्युत वाहक बल के आयाम के बराबर होगा

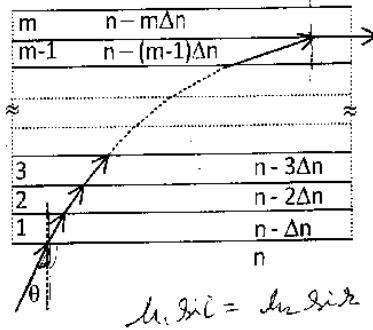
रफ कार्य के लिए स्थान



### खंड -2 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पांच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:  
 पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।  
 शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.8 एकवर्णी प्रकाश (monochromatic light) अपवर्तनांक  $n = 1.6$  वाले माध्यम में प्रामी है। यह प्रकाश काँच की चीती (stack of glass layers) पर निचले सतह से  $\theta = 30^\circ$  कोण पर आपतित होता है (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है)। काँचों के स्तर परस्पर समांतर हैं। काँच के चीती के अपवर्तनांक एकदिष्ट  $n_m = n - m\Delta n$ , क्रम से घट रहे हैं। यहाँ  $m$  स्तर का अपवर्तनांक  $n_m$  है और  $\Delta n = 0.1$  है। प्रकाश किरण  $(m-1)$  एवं  $m$  स्तर के पृष्ठतल से समांतर दिशा में दाईं ओर से बाहर निकलता है। तब  $m$  का मान होगा = 9



रफ कार्य के लिए स्थान

$$1.6 \times \sin 30^\circ = (n - (m-1)\Delta n) \sin 30^\circ$$

$$\frac{1.6}{1.6} \times \frac{1}{2} = \left[ \frac{1.6}{1.6} - (m-1) \frac{1}{10} \right] \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{10} = \left[ \frac{16}{10} - \frac{m}{10} + \frac{1}{10} \right]$$

$$\frac{8}{10} = \frac{m}{10} = \frac{16}{10} + \frac{1}{10} - \frac{8}{10}$$

$$\frac{m}{10} = \frac{9}{10}$$

\* 8

Q.9 आयोडीन का समस्थानिक (isotope)  $^{131}\text{I}$ , जिसकी अर्ध-आयु 8 दिन है,  $\beta$ -क्षय के कारण जेनोन (Xenon) के समस्थानिक में क्षयित होता है। अल्प मात्रा का  $^{131}\text{I}$  चिह्नित (labelled) सीरम (serum) मानव शरीर में अन्तःक्षिप्त (inject) किया गया, जिस मात्रा की अक्षयता (activity)  $2.4 \times 10^5$  बेकेरेल (Becquerel) है। यह सीरम रुधिर धारा में आधे घंटे में एकसमान वितरित होता है। अगर 11.5 घंटे बाद 2.5 ml रक्त 115 बेकेरेल की अक्षयता दर्शाता है, तब मानव शरीर में रक्त आयतन (लीटर में) है (आप  $e^x \approx 1 + x$  for  $|x| \ll 1$  एवं  $\ln 2 \approx 0.7$  का उपयोग कर सकते हैं।)

Q.10 एक स्थिर स्रोत आवृत्ति  $f_0 = 492 \text{ Hz}$  की ध्वनि उत्सर्जित करता है।  $2 \text{ ms}^{-1}$  के गति से अपगमनी कार से यह ध्वनि परावर्तित होती है। ध्वनि स्रोत परावर्तित संकेत को प्राप्त कर के मूल संकेत पर अध्यारोपित (superpose) करता है। तब परिणामी सिम्पल की विस्पन्द-आवृत्ति (beat frequency) है (ध्वनि की गति  $330 \text{ ms}^{-1}$  है। कार ध्वनि को उसकी प्राप्त हुई आवृत्ति पर परावर्तित करती है।)

---

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.11 एक हाइड्रोजन परमाणु का एक इलेक्ट्रॉन  $n_i$  क्वांटम संख्या (quantum number) वाले कक्ष से  $n_f$  क्वांटम संख्या (quantum number) के कक्ष में प्रवेश करता है।  $V_i$  तथा  $V_f$  प्राथमिक एवं अंतिम स्थितिज उर्जाएँ हैं। यदि  $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$ , तब  $n_f$  की न्यूनतम सम्भावी संख्या (*smallest possible  $n_f$* ) है

Q.12 पृष्ठ-तनाव (surface tension)  $S = \frac{0.1}{4\pi} \text{ Nm}^{-1}$  के द्रव के एक बूंद की त्रिज्या  $R = 10^{-2} \text{ m}$  है, जिसे  $K$  समरूप बूंदों में विभाजित किया गया है। पृष्ठ-उर्जा का बदलाव  $\Delta U = 10^{-3} \text{ Joules}$  है। यदि  $K = 10^\alpha$  है तब  $\alpha$  का मान होगा  $= 2$

---

रफ कार्य के लिए स्थान

### खंड-3 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के छह प्रश्न हैं।
- इस खंड में दो टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कालम और 4 पंक्तियां हैं)।
- प्रत्येक टेबल पर आधारित तीन प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:  
पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।  
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीन कालमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.13, Q.14 और Q.15 के उत्तर दीजिये।

कालम 1	कालम 2	कालम 3
(I) इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = 2 \frac{E_0}{B_0} \hat{x}$ से	(i) $\vec{E} = E_0 \hat{z}$	(P) $\vec{B} = -B_0 \hat{x}$
(II) इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0} \hat{y}$ से	(ii) $\vec{E} = -E_0 \hat{y}$	(Q) $\vec{B} = B_0 \hat{x}$
(III) प्रोटॉन $\vec{v} = 0$ से	(iii) $\vec{E} = -E_0 \hat{x}$	(R) $\vec{B} = B_0 \hat{y}$
(IV) प्रोटॉन $\vec{v} = 2 \frac{E_0}{B_0} \hat{x}$ से	(iv) $\vec{E} = E_0 \hat{x}$	(S) $\vec{B} = B_0 \hat{z}$

Q.13 किस स्थिति में कण अचल गति से सीधी रेखा में चलन करता है?

- [A] (IV) (i) (S)      [B] (II) (iii) (S)      [C] (III) (iii) (P)      [D] (III) (ii) (R)

Q.14 किस स्थिति में कण +z-अक्ष अनुदिश कुंडलित पथ (helical path along positive z-axis) का अनुसरण करेगा ?

- [A] (IV) (ii) (R)      [B] (IV) (i) (S)      [C] (III) (iii) (P)      [D] (II) (ii) (R)

Q.15 किस स्थिति में कण सीधी रेखा में ऋणात्मक y -अक्ष (negative y -axis) की दिशा में चलेगा?

- [A] (IV) (ii) (S)      [B] (III) (ii) (P)      [C] (III) (ii) (R)      [D] (II) (iii) (Q)

रफ कार्य के लिए स्थान

नीचे दी गयी टेबल के तीन कालमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.16, Q17 और Q.18 के उत्तर दीजिये

एक आदर्श गैस (ideal gas) विभिन्न चक्रीय ऊष्मगतिक प्रक्रमों से गुजरता है। यह निम्न कालम 3 में  $P - V$  आरेख द्वारा दर्शाया गया है। केवल स्थिति 1 से स्थिति 2 जानेवाले पथ की ओर ध्यान दें। इस पथपर निकाला हुआ कार्य  $W$  है (work done on the system)। यहाँ  $\gamma$  नियत दबाव एवं नियत आयतन ऊष्म-धरिताओं का अनुपात है (ratio of the heat capacities)। गैस के मोलों (moles) की संख्या  $n$  है।

कालम 1	कालम 2	कालम 3
(I) $W_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$	(i) समतापीय	(P) 
(II) $W_{1 \rightarrow 2} = -PV_2 + PV_1$	(ii) समआयतनिक (isochoric)	(Q) 
(III) $W_{1 \rightarrow 2} = 0$	(iii) समदाबीय	(R) 
(IV) $W_{1 \rightarrow 2} = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	(iv) रुधोष्म (adiabatic)	(S) 

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.16 निम्न दिए विकल्पों में कौन सा संयोजन  $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$  प्रक्रिया का अकेले सही प्रतिनिधित्व करता है ?

- [A] (II) (iii) (P)      [B] (II) (iii) (S)      [C] (II) (iv) (R)      [D] (III) (iii) (P)

Q.17 निम्न विकल्पों में कौन सा संयोजन सही है?

- [A] (III) (ii) (S)      [B] (IV) (ii) (S)      [C] (II) (iv) (R)      [D] (II) (iv) (P)

Q.18 निम्न विकल्पों में से कौन सा संयोजन आदर्श गैस में ध्वनि की गति की माप के संशोधन में प्रयुक्त ऊष्मागतिक प्रक्रिया को सही दर्शाता है ?

- [A] (I) (ii) (Q)      [B] (IV) (ii) (R)       [C] (III) (iv) (R)      [D] (I) (iv) (Q)

**भाग I समाप्त: भौतिकी**

---

**रफ कार्य के लिए स्थान**

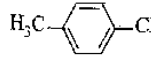
## भाग II: रसायन विज्ञान

### खंड - I (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए एक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
 

पूर्ण अंक	: +4	यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक	: +1	प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक	: 0	यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक	: -2	अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे, क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.19 निम्नलिखित योगिक का (के) आई. यू. पी. ए. सी. (IUPAC) नाम है (हैं)



[A] 1-मैथिल-4-क्लोरोबेंजीन

[B] 1-क्लोरो-4-मैथिल बेंजीन

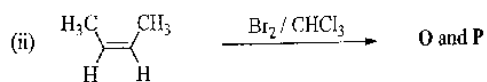
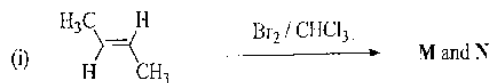
[C] 4-क्लोरो टोलुइन

[D] 4-मैथिलक्लोरो बेंजीन

रफ. कार्य के लिए स्थान



Q.20 निम्नलिखित संकलन अभिक्रियाओं (addition reactions) के लिए सही कथन है (हैं)



[A] O और P समरूप अणु हैं

[B] (M और O) और (N और P) डाईस्टीरिओमेरो (diastereomers) के दो युगल हैं

[C] दोनों अभिक्रियाओं में ब्रोमिनिकरण ट्रांस संकलन द्वारा बढ़ता है

[D] (M और O) और (N और P) एनन्टीओमेरो (enantiomers) के दो युगल हैं

Q.21 समूह 17 के तत्वों के  $X_2$  अणुओं का रंग इनके वर्ग में नीचे जाने पर पीले रंग से धीरे-धीरे बेगनी रंग में बदलता है। यह निम्न में से किसके फलस्वरूप है

[A] सामान्य ताप पर वर्ग में नीचे जाने पर  $X_2$  की भौतिक अवस्था गैस से ठोस में बदलती है

[B] वर्ग में नीचे जाने पर  $\pi-\sigma^*$  का अंतर घटता है

[C] वर्ग में नीचे जाने पर आयनन उर्जा घटती है

[D] वर्ग में नीचे जाने पर HOMO-LUMO का अंतर घटता है

*Handwritten note:*  
 $\pi-\sigma^*$  OR  
 HOMO-LUMO

रफ कार्य के लिए स्थान

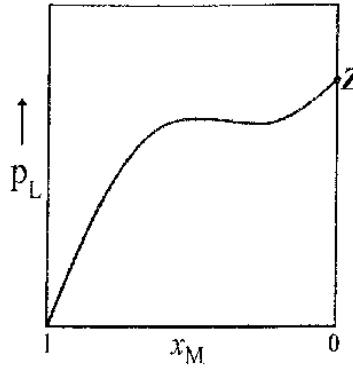
(Q.22) एक आदर्श गैस को  $(p_1, V_1, T_1)$  से  $(p_2, V_2, T_2)$  तक विभिन्न अवस्थाओं के अधीन फैलाया गया है। निम्नलिखित विकल्पों में सही कथन है (हैं)

- [A] जब  $V_1$  से  $V_2$  तक रुद्धोष्म अवस्था के अधीन इसका उत्क्रमणीय (reversible) फैलाव किया जाय तो गैस द्वारा किया गया कार्य  $V_1$  से  $V_2$  तक समतापी (isothermal) अवस्थाओं के अधीन उत्क्रमणीय फैलाव में किये गए कार्य की तुलना में कम है
- [B] यदि फैलाव मुक्त रूप से किया जाय तो यह साथ-साथ दोनों समतापी (isothermal) एवं रुद्धोष्म (adiabatic) हैं
- [C] गैस की आंतरिक उर्जा में बदलाव (i) शून्य है यदि इसे  $T_1 = T_2$  के साथ फैलाव उत्क्रमणीय (reversible) तरीके से किया जाय, और (ii) धनात्मक है यदि इसे  $T_1 \neq T_2$  के साथ रुद्धोष्म (adiabatic) परिस्थितियों के अधीन उत्क्रमणीय (reversible) फैलाव किया जाय
- [D] जब इसे अनुत्क्रमणीय तरीके से (irreversibly)  $(p_2, V_2)$  से  $(p_1, V_1)$  तक स्थिर दाब  $p_1$  के विरुद्ध दबाया जाता है तो गैस के उपर किया गया कार्य अधिकतम होता है

---

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.23 L और M द्रवों के मिश्रण द्वारा बनाये एक विलयन में द्रव M के मोल-अणुक भिन्न (mole fraction) के विरुद्ध द्रव L के वाष्प दाब को चित्र में दिखाया गया है. यहाँ  $x_L$  और  $x_M$ , L और M के क्रमशः ग्राम-अणुक भिन्नो को निरूपित करते हैं। इस निवृत्त का (के) उपयुक्त सही कथन है (हैं)



- [A] बिंदु Z शुद्ध द्रव L के वाष्प दाब को निरूपित करता है और जब  $x_L \rightarrow 1$  तो राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है
- [B] शुद्ध द्रव L में L- L के बीच में और शुद्ध द्रव M में M- M के बीच में अंतरा-अणुक क्रियाएं L-M के बीच में अंतरा-अणुक क्रियाओं से प्रबल हैं जब उन्हें विलयन में मिश्रित किया जाता है
- [C] बिंदु Z शुद्ध द्रव M के वाष्प दाब को निरूपित करता है और जब  $x_L \rightarrow 0$  तो राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है
- [D] बिंदु Z शुद्ध द्रव M के वाष्प दाब को निरूपित करता है और  $x_L = 0$  से  $x_L = 1$  तक राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.24  $\text{HClO}_4$  और  $\text{HClO}$  के बारे में सही कथन है (हैं)।

- [A] ऋणायन के अनुनाद स्थिरीकरण (resonance stabilization) के फलस्वरूप  $\text{HClO}_4$ ,  $\text{HClO}$  से अधिक अम्लीय है
- [B]  $\text{Cl}_2$  की  $\text{H}_2\text{O}$  के साथ अभिक्रिया होने पर  $\text{HClO}_4$  बनता है
- [C]  $\text{HClO}_4$  का संयुग्मी क्षार (conjugate base)  $\text{H}_2\text{O}$  से दुर्बल क्षार है
- [D]  $\text{HClO}_4$  और  $\text{HClO}$  दोनों में केंद्रीय परमाणु  $sp^3$  संकरित हैं

Q.25 एक गुलाबी रंग वाले  $\text{MCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  (X) और  $\text{NH}_4\text{Cl}$  के जलीय विलयन में अधिक जलीय अमोनिया के मिलाने पर, वायु की उपस्थिति में एक अष्टफलकीय संकर (octahedral complex) Y देता है। जलीय विलयन में संकर Y 1:3 विद्युत अपघट्य (electrolyte) की तरह व्यवहार करता है। सामान्य ताप पर अधिक  $\text{HCl}$  के साथ X की अभिक्रिया के परिणाम स्वरूप एक नीले रंग का संकर Z बनता है। X और Z का परिकल्पित प्रचरण मात्र चुम्बकीय आघूर्ण (spin only magnetic moment) 3.87 B.M. है, जबकि यह संकर Y के लिए शून्य है। निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही है (हैं)?

- [A] जब  $0^\circ\text{C}$  पर X और Z साम्यावस्था में हैं तो विलयन का रंग गुलाबी है
- [B] Z एक चतुष्फलकीय (tetrahedral) संकर है
- [C] Y में केंद्रीय धातु आयन का संकरण (hybridization)  $d^2sp^3$  है
- [D] Y में सिल्वर नाइट्रेट मिलाने पर सिल्वर क्लोराइड के केवल दो समतुल्य मिलते हैं

---

रफ कार्य के लिए स्थान

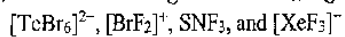
खंड -2 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पांच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

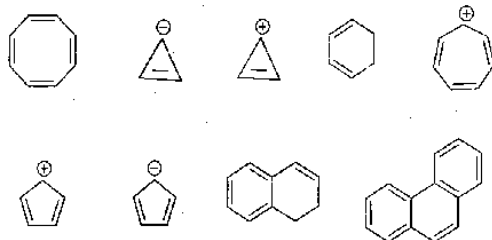
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थियों में।

Q.26 निम्नलिखित वर्ग (species) में प्रत्येक केन्द्रीय परमाणु पर एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्मों की संख्या का योग है



(परमाणु संख्या : N = 7, F = 9, S = 16, Br = 35, Te = 52, Xe = 54)

Q.27 निम्नलिखित में से एरोमैटिक योगिक (योगिकों) की संख्या है 5



रफ कार्य के लिए स्थान

Q.28 एक शुद्ध पदार्थ के एक क्रिस्टलीय टोस की फलक-केंद्रित घन (face-centred cubic) संरचना के साथ कोरिटरल कोर (cell edge) की लम्बाई 400 pm है। यदि क्रिस्टल के पदार्थ का घनत्व  $8 \text{ g cm}^{-3}$  है, तो क्रिस्टल के 256 g में उपस्थित परमाणुओं की कुल संख्या  $N \times 10^{24}$  है।  $N$  का मान है

Q.29 एक दुर्बल एकक्षारीय अम्ल के 0.0015 M जलीय विलयन की चालकत्व (conductance) एक प्लैटिनाइज्ड Pt (platinized Pt) इलेक्ट्रोड वाले चालकता सेल का उपयोग कर के निर्धारित की गयी।  $1 \text{ cm}^2$  अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले इलेक्ट्रोडों के बीच की दूरी 120 cm है। इस विलयन की चालकत्व का मान  $5 \times 10^{-7} \text{ S}$  पाया गया। विलयन का pH 4 है। इस दुर्बल एकक्षारीय अम्ल की जलीय विलयन में सीमान्त मोलर चालकता (limiting molar conductivity ( $\Lambda_m^\circ$ )) का मान  $Z \times 10^2 \text{ S cm}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  है।  $Z$  का मान है

Q.30  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$ ,  $^8\text{Be}$ ,  $^{10}\text{B}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$  और  $^{18}\text{F}$  में प्रतिचुम्बकीय स्पीशीज (diamagnetic species) की संख्या है (परमाणु संख्या: H = 1, He = 2, Li = 3, Be = 4, B = 5, C = 6, N = 7, O = 8, F = 9)

रफ कार्य के लिए स्थान

$$y = mx + \sqrt{a^2x^2 - 1}$$

$$\left(\sqrt{5}, \frac{1}{2}\right) \quad \sqrt{5}x + 2z = 4$$

$$2z = \frac{-\sqrt{5}x + 4}{2}$$

$$m = \frac{-\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{2} \times \sqrt{5} + \sqrt{a^2 \times \frac{3}{4} - 1}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - 1}$$

$$m = \frac{-\sqrt{5}}{2} \quad y = \frac{\sqrt{3a^2}{4} - 1}{2}$$

$$S = \frac{3a^2}{4}$$

$$\frac{20}{3} = a^2$$

$$\left( \frac{\frac{-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{-\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{20 \times 3}{4} \times \frac{3}{4} - 1}}, \frac{-1}{\sqrt{\frac{5 \times 20}{4} \times \frac{3}{4} - 1}} \right)$$

22/36

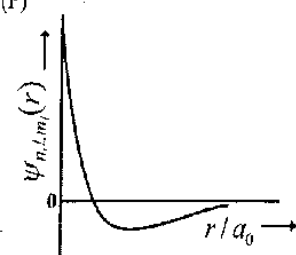
$$\left( \frac{18}{\sqrt{52}}, -\frac{1}{2} \right)$$

**खंड -3 (अधिकतम अंक : 18)**

- इस खंड में सुमेल प्रकार के छह प्रश्न हैं।
- दस खंड में दो टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कालम और 4 पंक्तियाँ हैं)।
- प्रत्येक टेबल पर आधारित तीन प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:  
पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।  
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

**रफ कार्य के लिए स्थान**

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.31, Q.32 और Q.33 के उत्तर दीजिये।

कालम 1	कालम 2	कालम 3
(I) 1s आर्बिटल (orbital)	(i) $\psi_{n,l,m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\left(\frac{Zr}{a_0}\right)}$	(P) 
(II) 2s आर्बिटल (orbital)	(ii) एक त्रिज्यात्मक (radial) नोड	(Q) नूक्लियस पर प्रायिकता घनत्व (Probability density) $\propto \frac{1}{a_0^3}$
(III) 2p <sub>z</sub> आर्बिटल (orbital)	(iii) $\psi_{n,l,m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{5}{2}} r e^{-\left(\frac{Zr}{2a_0}\right)} \cos\theta$	(R) नूक्लियस पर प्रायिकता घनत्व (Probability density) अधिकतम है
(IV) 3d <sub>z<sup>2</sup></sub> आर्बिटल (orbital)	(iv) xy- समतल एक नोडीय तल है	(S) इलेक्ट्रॉन को n = 2 अवस्था से n = 4 अवस्था तक उत्तेजित करने की ऊर्जा, इलेक्ट्रॉन को n = 2 अवस्था से n = 6 अवस्था तक उत्तेजित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा से $\frac{27}{32}$ गुना है

Q.31 कालम 1 में दिए गये आर्बिटल (orbital) के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से किसी भी हाइड्रोजन-समान स्पीशीज (species) के लिए केवल सही संयोजन है

- [A] (III) (iii) (P)    [B] (II) (ii) (P)    [C] (IV) (iv) (R)    [D] (I) (ii) (S)

Q.32 He<sup>+</sup> आयन के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल गलत (INCORRECT) संयोजन है

- [A] (I) (i) (R)    [B] (I) (i) (S)    [C] (I) (iii) (R)    [D] (II) (ii) (Q)

Q.33 हाइड्रोजन परमाणु के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल सही संयोजन है

- [A] (I) (i) (S)    [B] (I) (iv) (R)    [C] (I) (i) (P)    [D] (II) (i) (Q)

रफ कार्य के लिए स्थान



नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 34, 35 एवं 36 के उत्तर दीजिये।

कालम 1, 2 और 3 में क्रमशः आरम्भिक पदार्थ, अभिक्रिया अवस्थाएँ, और अभिक्रियाओं के प्रकार हैं।		
कालम 1	कालम 2	कालम 3
(I) टोलुईन (Toluene)	(i) NaOH/ Br <sub>2</sub>	(P) संघनन (Condensation)
(II) असिटोफेनॉन (Acetophenone)	(ii) Br <sub>2</sub> / hν	(Q) कार्बोक्सिलकरण (Carboxylation)
(III) बेंज़िलडहाइड (Benzaldehyde)	(iii) (CH <sub>3</sub> CO) <sub>2</sub> O/ CH <sub>3</sub> COOK	(R) प्रतिस्थापन (Substitution)
(IV) फेनोल (Phenol)	(iv) NaOH/ CO <sub>2</sub>	(S) हालोफॉर्म (Haloform)

Q.34 बेंज़ोइक अम्ल के संश्लेषण (synthesis) के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल सही संयोजन है

- [A] (IV) (ii) (P)    [B] (I) (iv) (Q)    [C] (III) (iv) (R)    [D] (II) (i) (S)

Q.35 निम्नलिखित विकल्पों में से केवल सही संयोजन जिसमें अभिक्रिया मूलक (radical) प्रक्रिया द्वारा बढ़ती है, है

- [A] (I) (ii) (R)    [B] (III) (ii) (P)    [C] (IV) (i) (Q)    [D] (II) (iii) (R)

Q.36 निम्नलिखित विकल्पों में से केवल सही संयोजन जो कि दो भिन्न कार्बोक्सिलिक अम्ल देता है, है

- [A] (I) (i) (S)    [B] (III) (iii) (P)    [C] (IV) (iii) (Q)    [D] (II) (iv) (R)

भाग II समाप्त: रसायन विज्ञान

रफ कार्य के लिए स्थान

### भाग 3: गणित

#### खंड -1 (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
  - पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
  - आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
  - शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
  - ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.37 माना कि  $a, b, x$  और  $y$  इस प्रकार की वास्तविक संख्याएँ (real numbers) हैं कि  $a - b = 1$  और  $y \neq 0$  हैं। यदि सम्मिश्र संख्या (complex number)  $Z = x + iy$ ,  $\operatorname{Im}\left(\frac{az+b}{z+1}\right) = y$  को सन्तुष्ट करती है, तब निम्न में से कौन सा(से)  $x$  का(के) सम्भावित मान है(हैं)?

[A]  $-1 + \sqrt{1 - y^2}$

[B]  $1 - \sqrt{1 + y^2}$

[C]  $1 - \sqrt{1 - y^2}$

[D]  $1 + \sqrt{1 + y^2}$

$$\frac{ax + aiy + b}{x + iy + 1} = y$$

$$\frac{(ax+b) + aiy}{(x+1) + iy} = y$$

Q.38 निम्न में से कौन सा(से) वास्तविक संख्याओं के  $3 \times 3$  आव्यूह (matrix) का वर्ग (square) नहीं है(हैं)?

[A]  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 1$

[B]  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot 1(1-0) = 1$

[C]  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot -1(1-0) = -1$

[D]  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot (-1-0) = -1$

$$\frac{ax}{y} = y$$

$$y = a$$

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.39 माना कि  $X$  और  $Y$  इस प्रकार की दो घटनाएँ (events) हैं कि  $P(X) = \frac{1}{3}$ ,  $P(X|Y) = \frac{1}{2}$  और  $P(Y|X) = \frac{2}{5}$  हैं; तब

~~[A]~~  $P(X \cap Y) = \frac{1}{5}$

~~[B]~~  $P(Y) = \frac{4}{15}$

~~[C]~~  $P(X \cup Y) = \frac{2}{5}$

[D]  $P(X|Y) = \frac{1}{2}$

Q.40 माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, 1)$  एक सतत फलन (continuous function) है। तब निम्न फलनों में से कौन से फलन(नों) का(के) मान अन्तराल (interval)  $(0, 1)$  के किसी बिन्दु पर शून्य होगा

[A]  $f(x) + \int_0^{\pi} f(t) \sin t \, dt$

[B]  $e^x - \int_0^x f(t) \sin t \, dt$

[C]  $x^9 - f(x)$

[D]  $x - \int_0^{\frac{\pi}{2}-x} f(t) \cos t \, dt$

रफ कार्य के लिए स्थान

$$P(X) = \frac{1}{3} \quad P\left(\frac{X}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad P\left(\frac{Y}{2}\right) = \frac{2}{5}$$

$$P(X \cap Y) = P(X) P\left(\frac{Y}{2}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

$$\frac{1}{3} +$$

PP

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{3} + \frac{4}{15} - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{5+4-6}{15}$$

$$= \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Q.41 माना कि  $x$  से छोटा या  $x$  के समान सबसे बड़ा पूर्णांक (integer)  $[x]$  है। तब  $f(x) = \cos(\pi(x + [x]))$ , निम्न में से किन बिन्दु(ओं) पर असतत (discontinuous) है?

- [A]  $x = 1$       [B]  $x = 2$       [C]  $x = 0$       [D]  $x = -1$

Q.42 यदि परवलय (parabola)  $y^2 = 16x$  की एक जीवा (chord), जो स्पर्शिका (tangent) नहीं है, का समीकरण  $2x + y = p$  तथा मध्यबिन्दु (midpoint)  $(h, k)$  है, तो निम्न में से  $p, h$  (वय  $k$  के सम्भावित मान हैं(हैं)?

[A]  $p = 5, h = 4, k = -3$

[B]  $p = 2, h = 3, k = -4$

[C]  $p = -2, h = 2, k = -4$

[D]  $p = -1, h = 1, k = -3$

Q.43 यदि  $2x - y + 1 = 0$  अतिपरवलय (hyperbola)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$  की स्पर्शिका (tangent) है तो निम्न में से कौन सी

समकोणीय त्रिभुज (right angled triangle) की भुजायें नहीं हो सकती है(हैं)?

- [A]  $a, 4, 2$       [B]  $a, 4, 1$       [C]  $2a, 4, 1$       [D]  $2a, 8, 1$

रफ कार्य के लिए स्थान

m=1

$\cos 2\pi = 1$        $\cos(-2\pi) = 1$

$\cos 0 = 1$        $\cos(-2\pi) = 1$

$x = [x] + 2n$

$2x + y = p$

$4a = 16$   
 $a = 4$

$y^2 = 4ax$   
 $y = 0$   
 $x = 0$

$2h + k = p$  (i)

$2x + y = p$

(ii)  $2x + y - 5 = 0$       (iii)  $2x + y - 2 = 0$

$2(4) - 3 - 5 = 0$        $2(3) - 4 - 2 = 0$

$8 - 3 - 5 = 0$        $6 - 6 = 0$

$2x + y + 1 = 0$

$2(1) - 3 + 1 = 0$

$2 - 3 + 1 = 0$

$2x + y + 1 = 0$

खंड 2 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पांच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:  
 पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।  
 शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

$$\frac{5 \times 10!}{2! \times 10!}$$

$$\frac{5 \times 10!}{2! \times 10!}$$

$$\frac{10! \times 10!}{2! \times 10!}$$

$$\frac{10! \times 10!}{2! \times 10!}$$

Q.44 माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  इस प्रकार का अवकलनीय फलन (differentiable function) है कि  $f(0) = 0, f(\frac{\pi}{2}) = 3$  एवं

$f'(0) = 1$  है यदि  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$  के लिये

$f(x) = \sin x + 2$   
 $g(x) = \int_x^{\frac{\pi}{2}} [f'(t) \operatorname{cosec} t - \cot t \operatorname{cosec} t f(t)] dt$

है, तब  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) =$

$\frac{\sin x + 2}{1 + x^2}$   
 $f(0) = 0$   
 $f'(0) = 1$   
 $f(\frac{\pi}{2}) = 3$

$x = 10!$   
 $y = \frac{10!}{2!}$   
 $10! \times \frac{10!}{2!}$

Q.45 अक्षरों A, B, C, D, E, F, G, H, I, J से 10 लम्बाई के शब्द बनाये जाते हैं। माना कि  $x$  इस तरह के उन शब्दों की संख्या है जिनमें किसी भी अक्षर की पुनरावृत्ति नहीं होती है, तथा  $y$  इस तरह के उन शब्दों की संख्या है जिनमें केवल एक अक्षर की पुनरावृत्ति दो बार होती है व किसी अन्य अक्षर की पुनरावृत्ति नहीं होती है। तब  $\frac{y}{9x} = .052$

रफ कार्य के लिए स्थान

$y = 16n$   
 $a = 4$   
 $S(a, 0)$   
 $3C_1 = \frac{3}{2} = 3$   
 $3C_0 = \frac{3}{1}$   
 $29/36$

$x = 10!$   
 $y = \frac{10!}{2!}$   
 $y = 10! \times \frac{10!}{2!}$   
 $10!$

$\frac{10!}{2! \times 9 \times 10!} = \frac{1}{18}$   
 $nC_1 = \frac{9n!}{(n-1)! n!}$   
 $\frac{52 \times 18}{416} = \frac{52 \times 18}{416}$   
 $0.936$

$18 \sqrt{100} = 18 \times 10 = 180$   
 $\frac{50}{36}$   
 $\frac{10! \times 10!}{2! \times 10!}$   
 $.052 \times 18$   
 $2x + y = -1$   
 $x = 0, y = -1$   
 $y = 0, x = -\frac{1}{2}$   
 $2x + y - 5 = 0$   
 $x = 0, y = 5$   
 $y = 0, x = \frac{5}{2} = 2.5$

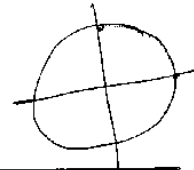
Q.46 एक समकोणीय त्रिभुज (right angled triangle) की भुजायें समांतर श्रेणी (arithmetic progression) में हैं। यदि इसका क्षेत्रफल 24 है तब इसकी सबसे छोटी भुजा की लांबाई क्या है? 6, 8, 10

Q.47  $p$  के कितने मानों के लिये वृत्त (circle)  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - p - 0$  एवम् निर्देशांक अक्षों (coordinate axes) में केवल तीन बिन्दु सम्मिलित (common) हैं? 1

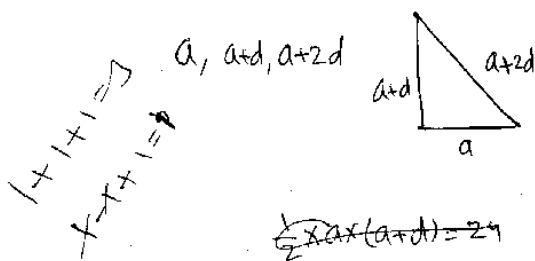
Q.48 वास्तविक संख्या (real number)  $\alpha$  के लिये, यदि रेखिक समीकरण निकाय (system of linear equations)

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

के अनन्त हल (infinitely many solutions) हैं, तब  $1 + \alpha + \alpha^2 = 3$



रफ कार्य के लिए स्थान



$$(a+2d)^2 = a^2 + (a+d)^2$$

$$a^2 + 4d^2 + 4ad = a^2 + a^2 + d^2 + 2ad$$

$$a^2 - 3d^2 - 2ad = 0$$

$\frac{1}{2} \times a \times (a+d) = 24$

$a^2 + ad = 48$

$ad = 48 - a^2$

$d = \frac{48 - a^2}{a}$

$48$   
 $41$

$48 \times 6 \times a^2$   
 $288a^2$

$(a+2d)^2 = (a+d)^2 + a^2$

$a^2 + 4d^2 + 4ad = a^2 + d^2 + 2ad + a^2$

$a^2 - 3d^2 - 2ad = 0$  (1)

$a^2 - 3\left(\frac{48-a^2}{a}\right)^2 - 2a\left(\frac{48-a^2}{a}\right) = 0$

$a^3 - 3(48-a^2)^2 - 2a^2(48-a^2) = 0$

$a^3 - 3(48)^2 - 3a^4 + 288a^2 - 96a^2 + 2a^4 = 0$

$(-1, -2)$   
 $\sqrt{1+4+4}$

### खंड-3 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के छह प्रश्न हैं।
- इस खंड में दो टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कालम और 4 पंक्तियां हैं)।
- प्रत्येक टेबल पर आधारित तीन प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं किनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:

पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।  
 शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।  
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

रफ कार्य के लिए स्थान

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$y = mx + c$$

$$x^2 b^2 - y^2 a^2 = a^2 b^2$$

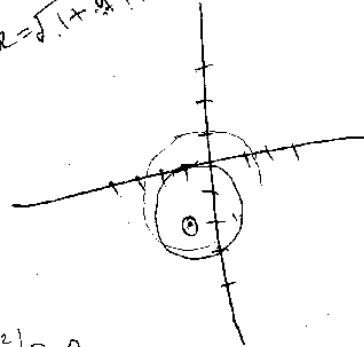
$$y = mx + c$$

$$x^2 b^2 - (mx + c)^2 a^2 = a^2 b^2$$

$$x^2 b^2 - m^2 x^2 a^2 - c^2 a^2 - 2mcxa^2 = a^2 b^2$$

$$x^2 (b^2 - m^2 a^2) - 2ma^2 cx - (c^2 a^2 + a^2 b^2) = 0$$

$$x = \sqrt{1 + 4 + p} \quad - \quad x = 2 \quad p = 54$$



$$C(-1, 2)$$

$$x = \sqrt{1 + 4 +}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x + \alpha y + \alpha^2 z \\ \alpha x + y + \alpha z \\ \alpha^2 x + \alpha y + z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} = \frac{\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha^2}{1}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} = 1$$

$$\alpha^2 = 1$$

$$\alpha = \pm 1$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha}{1} = \frac{\alpha^2}{\alpha} = 1$$

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 49, 50 एवं 51 के उत्तर दीजिये।

कॉलम 1, 2 तथा 3 में क्रमशः कॅनिक (conic), कॅनिक पर स्पर्शरेखा (tangent) का समीकरण तथा स्पर्शबिन्दु (point of contact) दिये गये हैं :		
कॉलम 1	कॉलम 2	कॉलम 3
(I) $x^2 + y^2 = a^2$	(i) $my = m^2x + a$	(P) $(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m})$
(II) $x^2 + a^2y^2 = a^2$	(ii) $y = mx + a\sqrt{m^2 + 1}$	(Q) $(\frac{-ma}{\sqrt{m^2+1}}, \frac{a}{\sqrt{m^2+1}})$
(III) $y^2 = 4ax$	(iii) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 - 1}$	(R) $(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2-1}}, \frac{1}{\sqrt{a^2m^2-1}})$
(IV) $x^2 - a^2y^2 = a^2$	(iv) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + 1}$ <small><math>a = \sqrt{2}</math></small>	(S) $(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2-1}}, \frac{-1}{\sqrt{a^2m^2-1}})$

Q.49 यदि उपयुक्त कॅनिक (कॉलम 1) के स्पर्शबिन्दु (8,16) पर स्पर्शरेखा  $y = x + 8$  है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है?

- [A] (II) (iv) (R)    [B] (III) (i) (P)    [C] (III) (iii) (Q)    [D] (I) (iii) (Q)

Q.50  $a = \sqrt{2}$  के लिये उपयुक्त कॅनिक (कॉलम 1) पर एक स्पर्शरेखा खींची जाती है जिसका स्पर्शबिन्दु  $(-1, 1)$ , तब निम्न में से कौन सा विकल्प (option) इस स्पर्शरेखा का समीकरण प्राप्त करने का केवल सही संयोजन (only correct combination) है?

- [A] (I) (iii) (Q)    [B] (I) (i) (P)    [C] (III) (i) (P)    [D] (II) (iii) (Q)

Q.51 यदि उपयुक्त कॅनिक (कॉलम 1) के बिन्दु  $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$  पर स्पर्शरेखा  $\sqrt{3}x + 2y = 4$  है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है?

- [A] (IV) (iii) (S)    [B] (II) (iii) (R)    [C] (III) (iv) (R)    [D] (IV) (iv) (S)

रफ कार्य के लिए स्थान

$x^2 + y^2 = a^2$      $y = mx + c$

$x^2 + (mx+c)^2 = a^2$

$x^2 + m^2x^2 + c^2 + 2mcx = a^2$

$x^2(1+m^2) + 2mcx + (c^2 - a^2) = 0$

$x = \frac{-2mc \pm \sqrt{4m^2c^2 - 4c^2 + 4a^2 - 4c^2m^2 + 4a^2m^2}}{2(1+m^2)}$

$x = -mc \pm \frac{\sqrt{a^2(1+m^2) - c^2}}{1+m^2}$

$y = -m \pm \frac{\sqrt{a^2(1+m^2) - c^2}}{1+m^2}$



नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 52, 53 एवं 54 के उत्तर दीजिये।

माना कि $f(x) = x + \log_e x - x \log_e x, x \in (0, \infty)$ है।		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• कॉलम 1 में <math>f(x), f'(x)</math> एवम् <math>f''(x)</math> के शून्यों की सूचना दी गई है।</li> <li>• कॉलम 2 में <math>f(x), f'(x)</math> एवम् <math>f''(x)</math> के अग्रत को तरफ सीमा पर व्यवहार (limiting behavior at infinity) की सूचना दी गई है।</li> <li>• कॉलम 3 में <math>f(x)</math> एवम् <math>f'(x)</math> के वर्धमान/हासमान (increasing/decreasing) होने की प्रकृति (nature) की सूचना दी गई है।</li> </ul>		
कॉलम 1	कॉलम 2	कॉलम 3
(I) $f(x) = 0$ किसी $x \in (1, e^2)$ के लिये	(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$	(P) $f$ (0, 1) वर्धमान है
(II) $f'(x) = 0$ किसी $x \in (1, e)$ के लिये	(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$	(Q) $f$ में $(e, e^2)$ हासमान है
(III) $f''(x) = 0$ किसी $x \in (0, 1)$ के लिये	(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = -\infty$	(R) $f'$ में $(0, 1)$ वर्धमान है
(IV) $f''(x) = 0$ किसी $x \in (1, e)$ के लिये	(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} f''(x) = 0$	(S) $f''$ में $(e, e^2)$ हासमान है

$f'(x) = 0$   
 $f''(x) = 0$   
 $f(x) > 0$

Q.52 निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है?

- [A] (I) (i) (P)      [B] (III) (iii) (R)      [C] (IV) (iv) (S)      [D] (II) (ii) (Q)

Q.53 निम्न में से कौन सा विकल्प केवल गलत संयोजन (only INCORRECT combination) है?

- [A] (II) (iv) (Q)      [B] (I) (iii) (P)      [C] (II) (iii) (P)      [D] (III) (i) (R)

Q.54 निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है?

- [A] (III) (iv) (P)      [B] (IV) (i) (S)      [C] (II) (iii) (S)      [D] (I) (ii) (R)

### प्रश्न पत्र समाप्त

रफ कार्य के लिए स्थान

$$y^2 = 4ax \quad y = mx + c$$

$$m^2x^2 + c^2 + 2mcx = 4ax$$

$$m^2x^2 + x(2mc - 4a) + c^2 = 0$$

$$x = \frac{-2mc + 4a \pm \sqrt{4m^2c^2 + 16a^2 - 16amc + c^2}}{2m^2}$$

$$a^2 = \frac{20}{5} \quad m = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$-\frac{20}{5}x - \frac{8}{2}$$

$$\sqrt{\frac{20 \times 5}{5} - 1} \quad \sqrt{\frac{20 \times 5}{5} - 1}$$

$$-105 \text{ (S) } (-1+8)$$

