

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 183

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें



सामान्य

1. यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोड़ें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस प्रष्ठ के ऊपरी दायें कोने और इस पुस्तिका के पिछले प्रष्ठ के दायें कोने पर छपा है।
3. प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. प्रश्नपत्र कोड ओ.आर.एस. के बायें तथा दायें भाग में छापे हुए हैं। सुनिश्चित करें की यह दोनों कोड समरूप हैं तथा ये प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपे कोड के समान हैं। यदि नहीं, तो ओ.आर.एस. को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
5. कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गये हैं।
6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिये गए स्थान में अपना नाम व रोल नंबर लिखिए एवं हस्ताक्षर बनाइये।
7. अपराह्न 2.00 बजे इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के बाद कृपया जाँच लें की इसमें 36 पृष्ठ हैं और सभी 54 प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। यदि नहीं, तो प्रश्नपत्र को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
8. परीक्षार्थी प्रश्नपत्र को परीक्षा की समाप्ति पर ले जा सकते हैं।

ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.)

9. दी गयी ओ.आर.एस. (ऊपरी शीट) के साथ परीक्षार्थी की शीट (निचली शीट) संलग्न है। परीक्षार्थी की शीट ओ.आर.एस. कि बार्बन-रहित प्रति है।
10. ओ.आर.एस. पर अनुरूप बुलबुलों (bubbles) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। ऐसा करने से परीक्षार्थी की शीट पर भी अनुरूप स्थान पर चिन्ह लग जायेगा।
11. ओ.आर.एस. को परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा फूटकर कर लिया जाएगा।
12. परीक्षा के समापन पर आपको परीक्षार्थी की शीट ले जाने की अनुमति है।
13. ओ.आर.एस. में हेर-फेर/विकृति न करें। ओ.आर.एस. का कच्चे काम के लिए प्रयोग न करें।
14. अपना नाम, रोल नंबर एवं परीक्षा केंद्र का कोड ओ.आर.एस. में दिए गए खानों में कलम से लिखें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी विवरण ओ.आर.एस. में कहीं और न लिखें। रोल नंबर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि

15. ओ.आर.एस. के बुलबुलों को काले बॉल पॉइन्ट कलम से काला करें।
16. बुलबुले  को पूर्ण रूप से काला करें।
17. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका है: 
18. ओ.आर.एस. मशीन-जाँच्य है। सुनिश्चित करें की बुलबुले सही विधि से काले किए गये हैं।
19. बुलबुले को तभी काला करें जब आप उत्तर के बारे में निश्चित हो। काले किए हुए बुलबुले को मिटाने अथवा साफ करने का कोई तरीका नहीं है।

कृपया शेष निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें।



Handwritten signature/initials

512559

भाग I: भौतिकी

खंड -1 (अधिकतम अंक : 21)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर में चार विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:

पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।

ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.1 राकेट भूतल के अभिलंबवत सूर्य एवं पृथ्वी को जोड़ने वाली रेखा में सूर्य से दूर की तरफ (radially outward from the direction of the sun) प्रक्षेपित किया गया है। सूर्य पृथ्वी से 3×10^5 गुना भारी है एवं पृथ्वी की त्रिज्या से 2.5×10^4 गुनी दूरी पर स्थित है। पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र के लिए पलायन गति (escape velocity) 11.2 km s^{-1} है। राकेट को सूर्य एवं पृथ्वी निकाय (Sun-Earth system) के गुरुत्वाकर्षण से मुक्त होने के लिए कम से कम प्रारंभिक वेग (v_s) का निकटतम मान है (पृथ्वी की चक्रीय गति और परिभ्रमण तथा किसी अन्य ग्रह की उपस्थिति की उपेक्षा करें)

[A] $v_s = 22 \text{ km s}^{-1}$

[B] $v_s = 72 \text{ km s}^{-1}$

[C] $v_s = 42 \text{ km s}^{-1}$

[D] $v_s = 62 \text{ km s}^{-1}$

रफ कार्य के लिए स्थान

$$v = u + at \quad (r.s) \quad 3 \times 10^5$$

$$v = 5 \times 10^4$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad 2.5 \times 10^4$$

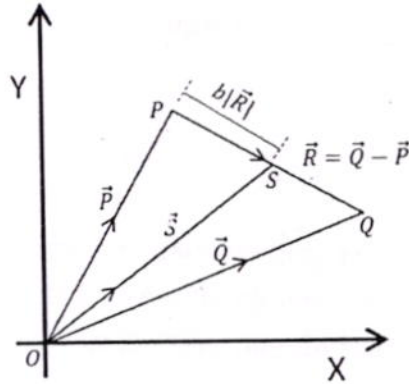
$$11.2 \text{ km}$$

$$2.5 \times 10^4 = \frac{a \times 11.2}{2}$$

$$(2.8)$$

$$\frac{5 \times 10^4}{11.2} = a$$

Q.2 तीन वेक्टर \vec{P} , \vec{Q} एवं \vec{R} चित्र द्वारा दर्शाए गए हैं। वेक्टर \vec{R} पर एक बिन्दु S दर्शाया गया है। बिन्दु P एवं बिन्दु S के बीच की दूरी $b|\vec{R}|$ है। \vec{P} , \vec{Q} एवं \vec{S} वेक्टरों के बीच सम्बन्ध है



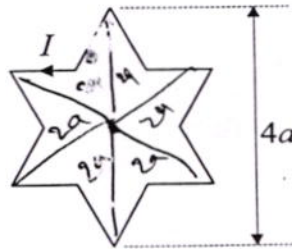
[A] $\vec{S} = (1-b)\vec{P} + b^2\vec{Q}$

[B] $\vec{S} = (b-1)\vec{P} + b\vec{Q}$

[C] $\vec{S} = (1-b)\vec{P} + b\vec{Q}$

[D] $\vec{S} = (1-b^2)\vec{P} + b\vec{Q}$

Q.3 जैसे कि चित्रित किया गया है, एक सममित तारे (symmetric star) के आकार के चालक में अपरिवर्तित धारा I बह रही है। यहाँ विपरीत शीर्षों (diametrically opposite vertices) के बीच की दूरी $4a$ है। चालक के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा



$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$

[A] $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} 3[\sqrt{3} - 1]$

[B] $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} 6[\sqrt{3} - 1]$

[C] $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} 6[\sqrt{3} + 1]$

[D] $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} 3[2 - \sqrt{3}]$

रफ कार्य के लिए स्थान

Handwritten work showing vector decomposition: $\vec{P} + b(\vec{R}) = \vec{S}$, $\vec{R} = \vec{Q} - \vec{P}$, $\vec{S} = \vec{P} + b(\vec{Q} - \vec{P}) = \vec{P} + b\vec{Q} - b\vec{P} = (1-b)\vec{P} + b\vec{Q}$

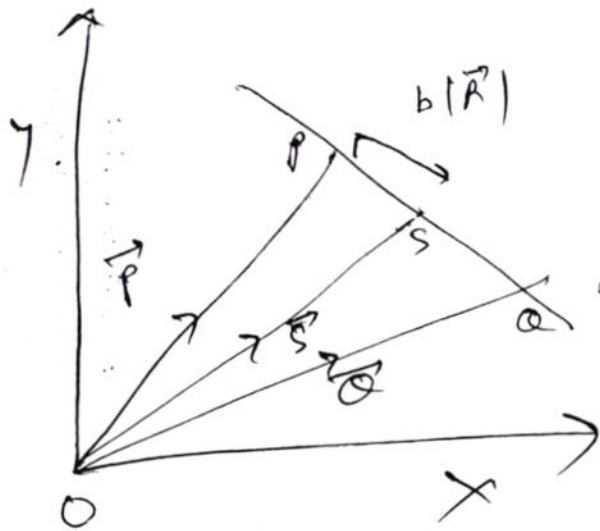
Q.4 प्रकाश विद्युत पदार्थ (photo electric material) जिसका कार्य फलन (work function) ϕ_0 है, तरंग-दैर्घ्य λ ($\lambda < \frac{hc}{\phi_0}$) के प्रकाश से प्रदीप्त किया गया है। द्रुत प्रकाश इलेक्ट्रॉन की डी ब्रोग्ली (de Broglie) तरंग-दैर्घ्य λ_d है। आपतित प्रकाश (incident light) की तरंग-दैर्घ्य में $\Delta\lambda$ के परिवर्तन से λ_d के मान में $\Delta\lambda_d$ का परिवर्तन होता है। तब $\Delta\lambda_d/\lambda_d$ का अनुपात समानुपाती होगा

- [A] λ_d^3/λ^2 [B] λ_d^3/λ [C] λ_d^2/λ^2 [D] λ_d/λ

Q.5 एक व्यक्ति एक पत्थर को कुएँ में गिराते समय और कुएँ की तली में संघट से उत्पन्न ध्वनि के समय अंतराल का मापन करके कुएँ की गहराई का पता लगाता है। वह समयांतराल के मापन में त्रुटि $\delta T = 0.01$ सेकेंड एवं कुएँ की गहराई $L = 20$ m मापता है। गुरुत्वाकर्षण त्वरण $g = 10 \text{ m s}^{-1}$ एवं ध्वनि गति 300 m s^{-1} दी गई है। $\delta L/L$ के मापन में निकटतम आंशिक त्रुटि (fractional error) है

- [A] 0.2% [B] 5% [C] 3% [D] 1%

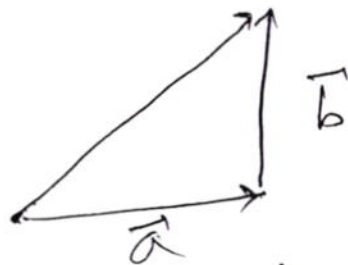
रफ कार्य के लिए स्थान



$$\vec{R} = \vec{Q} - \vec{P}$$

$$PS = b|\vec{R}|$$

$$PS = b(\vec{Q} - \vec{P})$$



$$\vec{P} \rightarrow \vec{R} = \vec{Q}$$

$$\boxed{|\vec{R}| = |\vec{Q} - \vec{P}|}^{**9}$$

Q.6 एक प्रसारी गोले (expanding sphere) की तात्क्षणिक (instantaneous) त्रिज्या R एवं द्रव्यमान M अचर रहते हैं। प्रसार के दौरान इसका तात्क्षणिक घनत्व ρ पूरे आयतन में एकसमान रहता है एवं आंशिक घनत्व की दर $\left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}\right)$ अचर (constant) है। इस प्रसारी गोले के पृष्ठ पर एक बिन्दु का वेग v निम्न के समानुपाती होगा

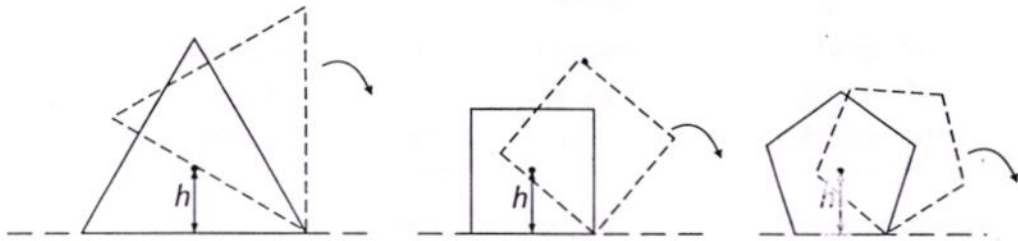
[A] R^3

[B] $\frac{1}{R}$

[C] R

[D] $R^{2/3}$

Q.7 चित्र द्वारा दर्शाये समबहुभुजों की भुजाओं की संख्या $n = 3, 4, 5, \dots$ है। सभी बहुभुजों का संहति केंद्र (center of mass) अनुभूमिक तल से h ऊँचाई पर है। ये बिना फिसले क्षितिज तल पर प्रतिगामी शीर्ष (leading vertex) के चारों ओर घूर्णन कर अग्रसरित हो रहे हैं। प्रत्येक बहुभुज के संहति केंद्र के रेखापथ (locus) की ऊँचाई की अधिकतम वृद्धि Δ है। तब Δ की h और n पर निर्भरता निम्न में से दी जाएगी



[A] $\Delta = h \sin^2\left(\frac{\pi}{n}\right)$

[B] $\Delta = h \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$

[C] $\Delta = h \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} - 1\right)$

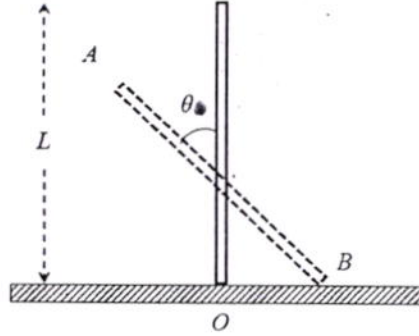
[D] $\Delta = h \tan^2\left(\frac{\pi}{2n}\right)$

रफ कार्य के लिए स्थान

खंड -2 (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
 पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
 आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
 शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
 ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

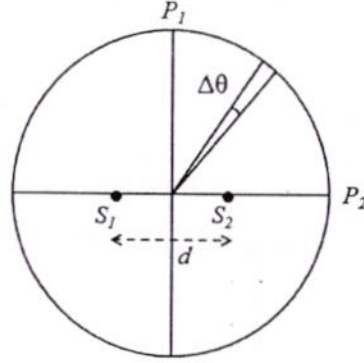
Q.8 एक L लम्बाई का दृढ़ दंड (rigid bar) AB अपनी उर्ध्वाधर स्थिति से घर्षणहीन अनुभूमिक तल (frictionless horizontal surface) पर चित्रानुसार फिसल रहा है। समय के किसी क्षण पर दंड द्वारा उर्ध्वाधर से बनाया कोण θ है। निम्न में से कौन सा (से) प्रकथन सही है/ हैं ?



- [A] जब दंड उर्ध्वाधर से θ कोण बनाता है तब दंड के मध्य बिंदु का विस्थापन उसके आरंभिक स्थिति से $(1 - \cos \theta)$ के समानुपाती है
- [B] दंड का मध्य बिंदु उर्ध्वाधर नीचे की ओर (vertically downward) गिरेगा
- [C] दंड और भूतल के स्पर्श बिंदु के चारों तरफ तात्क्षणिक बलयाघूर्ण (instantaneous torque) $\sin \theta$ के समानुपाती है
- [D] बिंदु A का प्रपथ परवल्यिक (parabolic path) है

रफ कार्य के लिए स्थान

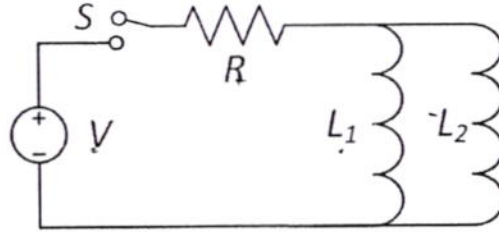
- Q.9 दो कलासंबंध एकवर्णी (coherent monochromatic) बिंदु स्रोत S_1 एवं S_2 , जिनकी तरंग दैर्घ्य $\lambda = 600 \text{ nm}$ है एक वृत्त के केंद्र के दोनों ओर सममित अवस्था में स्थित है (जैसे चित्र में दिखाया गया है)। स्रोत S_1 एवं S_2 के बीच की दूरी $d = 1.8 \text{ mm}$ है। इस व्यवस्था द्वारा व्यतिकरण फ्रिन्जें (interference fringes) प्रतिवर्ती दीस एवं अदीस चित्तियों (spots) के रूप में एक वृत्त की परिधि पर दिखती है। $\Delta\theta$ दो क्रमागत दीस चित्तियों के बीच की कोणीय दूरी (angular separation between two consecutive bright spots) है। निम्न में से कौन सा (से) प्रकथन सही है / हैं ?



- [A] P_2 पर एक अदीस बिन्दु बनेगा
[B] प्रथम वृत्तपाद में P_1 से P_2 तक जाने में दो क्रमागत दीस चित्तियों के बीच की कोणीय दूरी घटती है
[C] P_2 पर फ्रिन्जों का क्रम उच्चतम होगा
[D] P_1 एवं P_2 के बीच के प्रथम वृत्तपाद (first quadrant) में कुल करीब 3000 फिन्जें बनेंगी

रफ कार्य के लिए स्थान

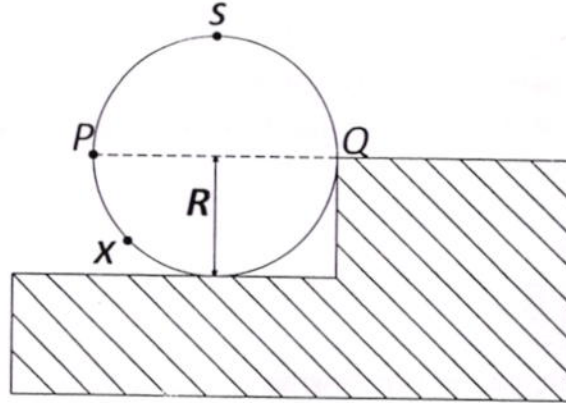
Q.10 दो आदर्श प्रेरक (ideal inductor) L_1 एवं L_2 और एक प्रतिरोध (resistance) R को एक अचल वोल्टता V के स्रोत से एक स्विच S द्वारा जोड़ा जाता है (जैसा चित्र में दिखाया गया है)। L_1 एवं L_2 के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व (mutual inductance) नहीं है। प्रारंभ में स्विच S खुला है। समय $t = 0$ पर स्विच बंद किया जाता है और धारा बहनी शुरू होती है। निम्न में से कौन सा (से) प्रकथन सही है / हैं?



- [A] L_1 एवं L_2 में प्रवाहित धारा का अनुपात हर समय ($t > 0$) नियत रहता है
- [B] दीर्घकाल के बाद L_1 में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R} \frac{L_2}{L_1 + L_2}$ होगी
- [C] दीर्घकाल के बाद L_2 में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R} \frac{L_1}{L_1 + L_2}$ होगी
- [D] $t = 0$ पर प्रतिरोध R में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R}$ है

रफ कार्य के लिए स्थान

- Q.11 एक त्रिज्या R एवं द्रव्यमान M का पहिया (wheel) एक R ऊँचाई वाले दृढ़ सोपान (step) के तल पर रखा है (जैसे चित्र में दिखाया गया है)। पहिये को सोपान पर चढ़ाने मात्र के लिए एक अचर बल पहिये के पृष्ठपर सतत (continuous constant force) कार्यरत है। कागज के पृष्ठ से अभिलंब दिशा में (perpendicular to the plane of the paper) बिन्दु Q से जाने वाली अक्ष के सापेक्ष बलआघूर्ण τ मानिये। निम्न में से कौन (सा) से प्रकथन सही है/ हैं?



- [A] यदि बिन्दु X पर पहिये की परिधि से अभिलंब दिशा (normal direction) में बल लगाया जाय तब τ अचर रहेगा
- [B] यदि बिन्दु S पर स्पर्शीय बल लगाया जाय तब $\tau \neq 0$ है किन्तु पहिया सोपान पर कभी भी नहीं चढ़ेगा
- [C] यदि बिन्दु P पर पहिये की परिधि से अभिलंब दिशा में बल लगाया जाय तब τ शून्य रहेगा
- [D] यदि बिन्दु P पर स्पर्शीय बल (tangential force) लगाया जाय तब जैसे पहिया सोपान पर चढ़ेगा वैसे τ सतत घटेगा

रफ कार्य के लिए स्थान

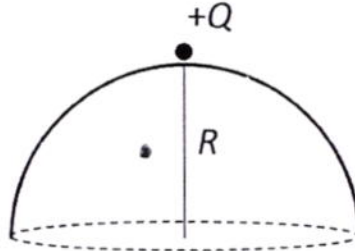
Q.12 तीन टर्मिनलों के बिन्दुओं X, Y एवं Z के लिए तात्क्षणिक वोल्टता (instantaneous voltage) दी गई है

$$\begin{aligned} V_X &= V_0 \sin \omega t, \\ V_Y &= V_0 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \text{ और} \\ V_Z &= V_0 \sin \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

एक आदर्श वोल्टमापी (ideal voltmeter) दो बिन्दुओं के विभवान्तर का आर एम एस (root mean square, V^{rms}) मान देता है। यह वोल्टमापी बिन्दु X एवं Y से जोड़ा जाता है फिर Y एवं Z से जोड़ा जाता है। इस वोल्टमापी का मापन होगा/होंगे

- [A] $V_{XY}^{rms} = V_0$
 [B] $V_{YZ}^{rms} = V_0 \sqrt{\frac{1}{2}}$
 [C] किसी भी दो बिन्दुओं के चयन पर निर्भर नहीं करता
 [D] $V_{XY}^{rms} = V_0 \sqrt{\frac{3}{2}}$

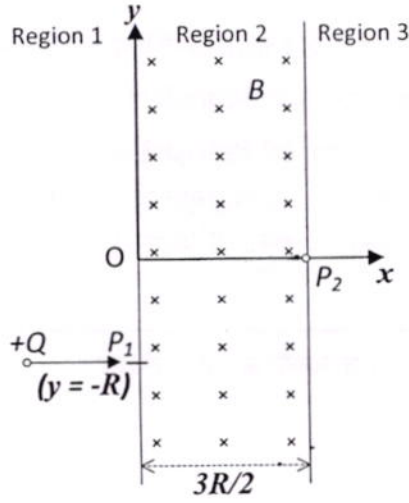
Q.13 धनात्मक बिन्दु आवेश $+Q$ एक काल्पनिक अर्धगोलीय पृष्ठ जिसकी त्रिज्या R है, के बाहर रखा है (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है)। निम्न में से कौन सा (से) प्रकथन सही है/हैं ?



- [A] समतल पृष्ठ की परिधि एक समविभव पृष्ठ (equipotential surface) है
 [B] अर्धगोलीय वक्रित पृष्ठ से गुजरने वाले विद्युत् फ्लक्स (electric flux) का मान $-\frac{Q}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ है
 [C] वक्रित एवं समतल पृष्ठ से गुजरने वाला कुल फ्लक्स $\frac{Q}{\epsilon_0}$ है
 [D] विद्युत् क्षेत्र का समतल पृष्ठ से अभिलम्बित घटक पूरे पृष्ठ पर अचल रहेगा

रफ कार्य के लिए स्थान

Q.14 एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field) B कागज़ के तल के अभिलम्ब दिशा में $x = 0$ एवं $x = \frac{3R}{2}$ के बीच के क्षेत्र (चित्र में region 2) में सर्वत्र (जैसे कि चित्र में दिखाया है), उपस्थित है। एक कण जिसका आवेश $+Q$ एवं संवेग p है, वह x -अक्ष के अनुदिश क्षेत्र 2 में बिन्दु P_1 ($y = -R$) पर प्रवेश करता है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?



- [A] $B = \frac{8}{13} \frac{p}{QR}$ के लिए कण क्षेत्र 3 (region 3) में x -अक्ष पर बिन्दु P_2 से प्रवेश करेगा
- [B] $B > \frac{2}{3} \frac{p}{QR}$ के लिए, कण क्षेत्र 1 (region 1) में पुनः प्रवेश करेगा
- [C] एक नियत B के लिए एकसमान आवेश Q एवं एक सामान वेग v वाले कणों के लिए बिन्दु P_1 एवं क्षेत्र 1 (region 1) में पुनः प्रवेश बिन्दु की दूरी का अंतर कणों के द्रव्यमान के व्युत्क्रमानुपाती है
- [D] जब कण सबसे लम्बे सम्भवपथ से क्षेत्र 2 (region 2) से क्षेत्र 1 (region 1) में पुनः प्रवेश करता है, तब बिन्दु P_1 और y -अक्ष से सबसे दूर बिन्दु के लिए रेखिक संवेग के परिमाण में बदलाव $p/\sqrt{2}$ है

रफ कार्य के लिए स्थान

खंड -3 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में दो अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।

रफ कार्य के लिए स्थान

अनुच्छेद 1

एक साधारण RC परिपथ को देखिये, जैसा चित्र 1 (Figure 1) में दर्शाया गया है।

प्रक्रम 1 (Process 1): $t = 0$, पर स्विच S द्वारा परिपथ पूर्ण किया जाता है एवं संधारित्र पूर्ण रूप से वोल्टता V_0 से आवेशित हो जाता है ($T \gg RC$ समय तक आवेशण चलता रहता है)। इस प्रक्रम में प्रतिरोध R के द्वारा कुछ विद्युत-ऊर्जा क्षय (energy dissipated), E_D होती है। पूर्ण रूप से आवेशित संधारित्र में संचित उर्जा (stored energy in a charged capacitor) का मान E_C है।

प्रक्रम 2 (Process 2): एक अलग प्रक्रम में पहले $\frac{V_0}{3}$ वोल्टता को आवेशित समय $T \gg RC$ के लिए अनुरक्षित किया जाता है। तब बिना संधारित्र आवेश विसर्जन के, समय को $T \gg RC$ के लिए अनुरक्षित करके वोल्टता को $\frac{2V_0}{3}$ तक बढ़ाया जाता है। वोल्टता को V_0 तक बढ़ाने के लिए यह प्रक्रम एक और बार दोहराया जाता है। संधारित्र को अंतिम वोल्टता V_0 (जैसे कि प्रक्रम 1 में है) तक आवेशित किया जाता है। ये दोनों प्रक्रम चित्र 2 (Figure 2) में दिखाए गए हैं।

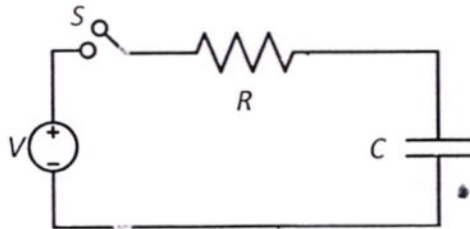


Figure 1

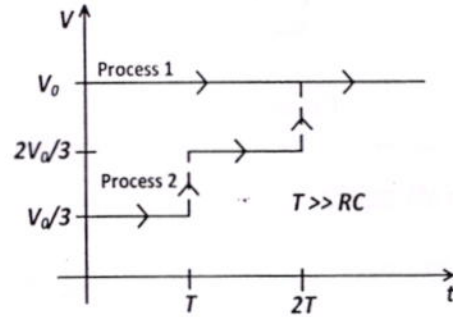


Figure 2

Q.15 प्रक्रम 1 में संधारित्र में संचित उर्जा E_C और प्रतिरोध R द्वारा ऊर्जा क्षय E_D में सम्बंध है

[A] $E_C = E_D$

~~[B] $E_C = 2E_D$~~

[C] $E_C = \frac{1}{2}E_D$

[D] $E_C = E_D \ln 2$

Q.16 प्रक्रम 2 के दौरान प्रतिरोध के द्वारा कुल क्षय ऊर्जा E_D है

[A] $E_D = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} CV_0^2 \right)$

~~[B] $E_D = 3 \left(\frac{1}{2} CV_0^2 \right)$~~

[C] $E_D = \frac{1}{2} CV_0^2$

[D] $E_D = 3 CV_0^2$

रफ कार्य के लिए स्थान

अनुच्छेद 2

एक वृत्ताकार वलय (circular ring) (द्रव्यमान M एवं त्रिज्या R) एक उंगली के परितः ध्रुतघूर्णन करता है (जैसा चित्र 1 (Figure 1) में दर्शाया गया है)। इस प्रक्रम में उंगली वलय के अंतरिक पृष्ठ से हमेशा स्पश करती है। उंगली एक शंकु (cone) के पृष्ठ का अनुरेखिय पथ का अनुसरण करती है जैसे की बिन्दुकित रेखा द्वारा दर्शाया गया है। उंगली एवं वलय के स्पर्श बिन्दु के अनुरेखिय पथ की त्रिज्या r है। उंगली कोणीय वेग ω_0 से घूर्णन कर रही है। वलय r त्रिज्यावाले वृत्त के बाहरी पृष्ठ पर फिसलन रहित घूर्णन (rolls without slipping) करता है। जैसा चित्र 2 (Figure 2) में वलय एवं उंगली के स्पर्श बिन्दु द्वारा दर्शाया गया है। वलय एवं उंगली के बीच घर्षण गुणांक (coefficient of friction) μ , एवं गुरुत्वीय त्वरण g है।

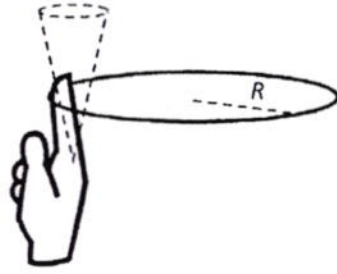


Figure 1

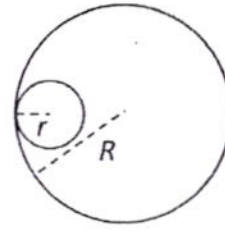


Figure 2

Q.17 वलय की कुल गतिज उर्जा है

[A] $M\omega_0^2 R^2$

~~[B] $M\omega_0^2 (R-r)^2$~~

[C] $\frac{1}{2}M\omega_0^2 (R-r)^2$

[D] $\frac{3}{2}M\omega_0^2 (R-r)^2$

Q.18 न्यूनतम ω_0 जिसके कम होते ही वलय गिर जायेगा, वह है

[A] $\sqrt{\frac{3g}{2\mu(R-r)}}$

~~[B] $\sqrt{\frac{g}{\mu(R-r)}}$~~

[C] $\sqrt{\frac{2g}{\mu(R-r)}}$

[D] $\sqrt{\frac{g}{2\mu(R-r)}}$

भाग I समाप्त: भौतिकी

रफ कार्य के लिए स्थान

भाग II: रसायन विज्ञान

खंड -1 (अधिकतम अंक : 21)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर में चार विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.19 निम्नलिखित में से कौन सा संयोजन H_2 गैस उत्पादित करेगा??

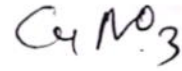
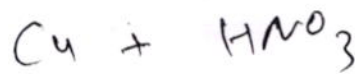
[A] Zn धातु एवं NaOH(जलीय)

[B] Au धातु एवं NaCN वायु की उपस्थिति में (जलीय)

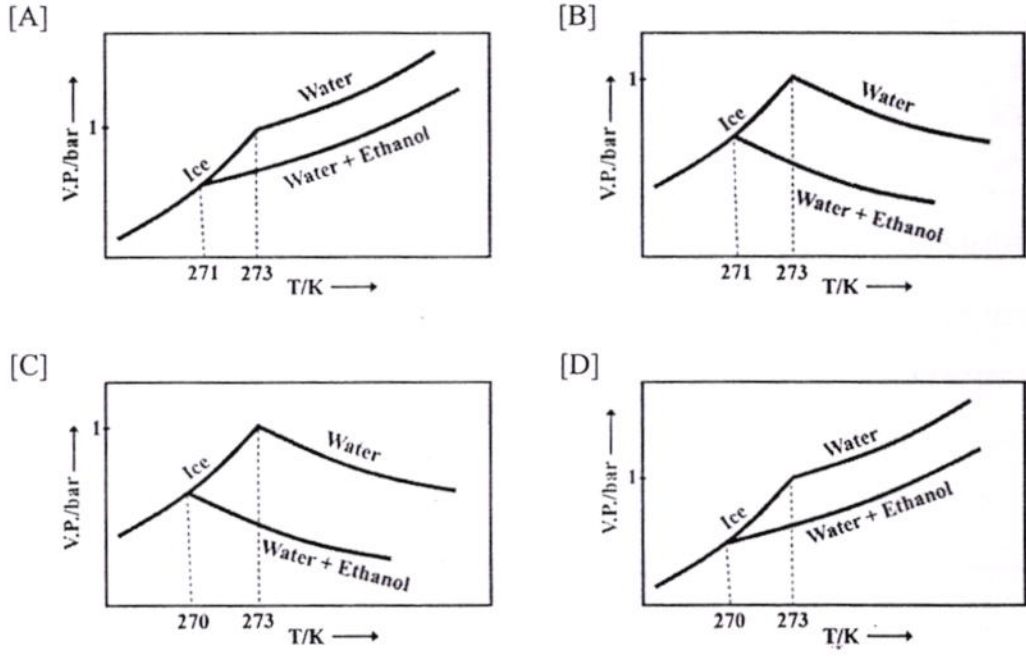
[C] Cu धातु एवं सान्द्र HNO_3

[D] Fe धातु एवं सान्द्र HNO_3

रफ कार्य के लिए स्थान



Q.20 शुद्ध जल 273 K और 1 bar पर हिमीभूत (freezes) होता है। 34.5 g एथेनॉल को 500 g पानी में डालने पर विलयन का हिमांक बदल जाता है। जल का हिमांक अवनमन स्थिरांक (freezing point depression constant) 2 K kg mol^{-1} लें। नीचे दिखाए चित्र वाष्प दाब (V.P.) को तापमान (T) के विरुद्ध आलेखों को निरूपित करते हैं। निम्नलिखित में से विकल्प जो हिमांक में बदलाव को निरूपित करता है, है (एथेनॉल का आणविक भार 46 g mol^{-1})



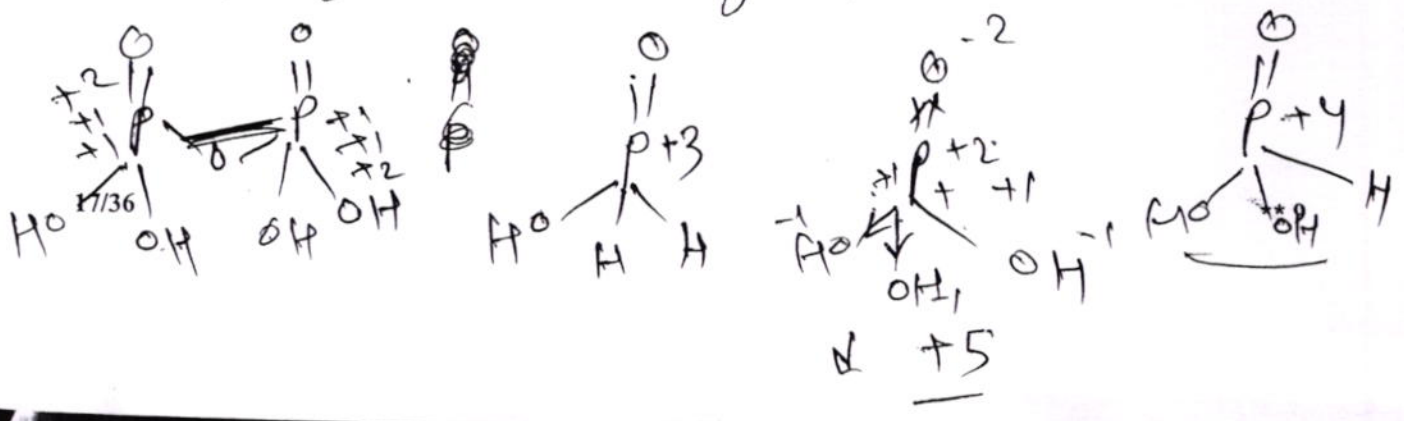
Q.21 H_3PO_2 , H_3PO_4 , H_3PO_3 , और $\text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6$ में फोस्फोरस परमाणु की आक्सीकरण अवस्था का क्रम है

- ~~[A] $\text{H}_3\text{PO}_4 > \text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6 > \text{H}_3\text{PO}_3 > \text{H}_3\text{PO}_2$~~ [B] $\text{H}_3\text{PO}_3 > \text{H}_3\text{PO}_2 > \text{H}_3\text{PO}_4 > \text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6$
- [C] $\text{H}_3\text{PO}_2 > \text{H}_3\text{PO}_3 > \text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6 > \text{H}_3\text{PO}_4$ [D] $\text{H}_3\text{PO}_4 > \text{H}_3\text{PO}_2 > \text{H}_3\text{PO}_3 > \text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6$

रफ कार्य के लिए स्थान

273 K 1 bar → बर्फ

34.5g Ethanol + 500g पानी हिमांक वरबर



Q.22 C (ग्रेफाइट, graphite) C (हीरा, diamond) बनने की $T = 298 \text{ K}$ पर मानक अवस्था गिब की मुक्त ऊर्जायें (standard state Gibbs free energies of formation at $T = 298 \text{ K}$)

$$\Delta_f G^\circ[\text{C}(\text{graphite})] = 0 \text{ kJ mol}^{-1}$$

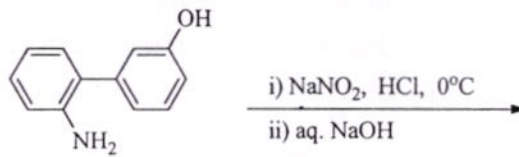
$$\Delta_f G^\circ[\text{C}(\text{diamond})] = 2.9 \text{ kJ mol}^{-1} \text{ हैं।}$$

मानक अवस्था का मतलब है कि दिए गये तापमान पर दाब 1 bar होना चाहिए और पदार्थ शुद्ध होना चाहिए। C (ग्रेफाइट) का C (हीरा) में परिवर्तन इसके आयतन को $2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$ घटाता है। यदि C (ग्रेफाइट) का C (हीरा) में समतापी परिवर्तन किया जाय तो वह दाब जिस पर C (ग्रेफाइट), C (हीरा) के साथ साम्यावस्था में है, है

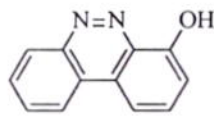
[उपयोगी सूचना : $1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$; $1 \text{ Pa} = 1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$; $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$]

- [A] 14501 bar [B] 29001 bar [C] 58001 bar [D] 1450 bar

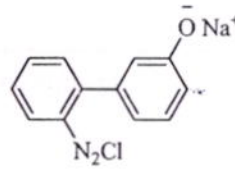
Q.23 निम्नलिखित अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है



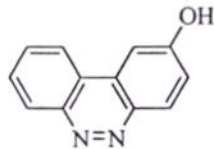
[A]



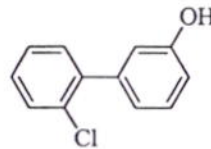
[B]



~~[C]~~

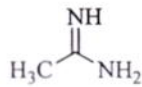


[D]

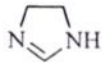


रफ कार्य के लिए स्थान

Q.24 निम्नलिखित योगिकों में क्षारकता का क्रम है



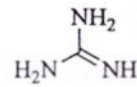
I



II



III



IV

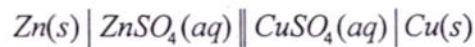
[A] II > I > IV > III

[B] IV > II > III > I

[C] I > IV > III > II

[D] IV > I > II > III

Q.25 निम्नलिखित सेल के लिए,



जब Zn^{2+} की सांद्रता Cu^{2+} की सांद्रता से 10 गुना है तो ΔG (in J mol^{-1}) के लिए व्यंजक (expression) है

[F is फेराडे नियतांक है ; R गैस नियतांक है ; T तापमान है ; और सेल के E° का मान 1.1 V है]

[A] $2.303RT + 1.1F$

[B] $2.303RT - 2.2F$

[C] $1.1F$

[D] $-2.2F$

रफ कार्य के लिए स्थान

$$[Zn] = 10 [Cu]$$

$$\Delta G =$$

खंड -2 (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ऑ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

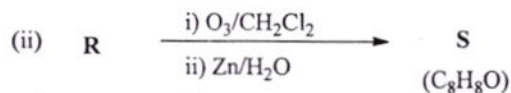
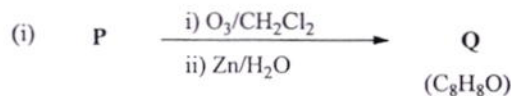
Q.26 एक द्विअणुक अभिक्रिया में त्रिविम विन्यासी घटक (steric factor) P का प्रायोगिक मान 4.5 निर्धारित किया गया। निम्नलिखित में से सही विकल्प है (हैं)

- [A] आरीनियस समीकरण द्वारा अनुमानित मान आवृत्ति घटक (frequency factor) के प्रायोगिक मान से ज्यादा है
- [B] त्रिविम विन्यासी घटक के मान से अभिक्रिया की सक्रियण उर्जा (activation energy) अप्रभावित रहती है
- [C] क्योंकि $P = 4.5$ है, जब तक प्रभावी उत्प्रेरक का उपयोग ना किया जाए, अभिक्रिया आगे नहीं बढ़ेगी
- [D] आवृत्ति घटक (frequency factor) का प्रायोगिक मान आरीनियस समीकरण द्वारा अनुमानित मान से ज्यादा है

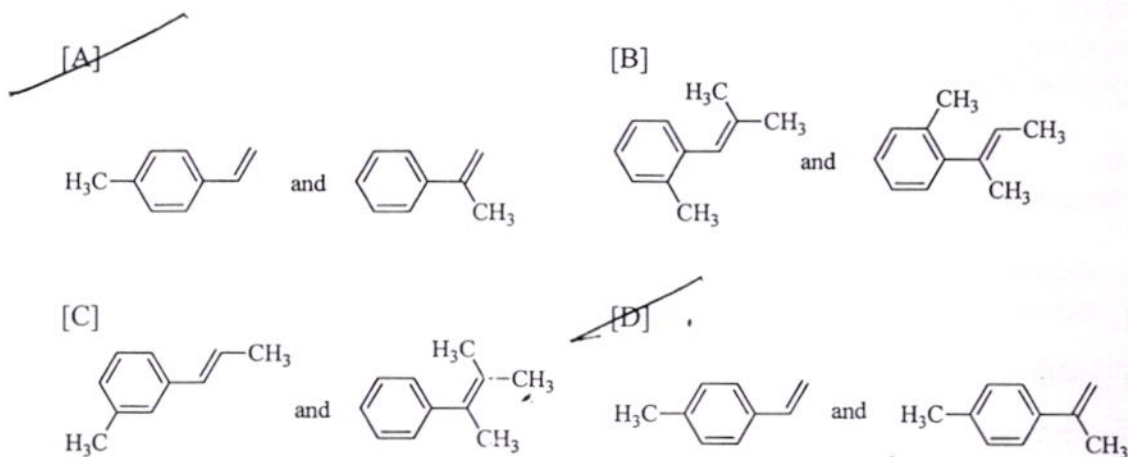
रफ कार्य के लिए स्थान



Q.27 यौगिक P और R के ओजोनीकरण (ozonolysis) करने पर क्रमशः Q और S, उत्पन्न होते हैं। उत्पाद Q और S का आणविक सूत्र C_8H_8O है। Q की कैनिजारो अभिक्रिया (Cannizzaro reaction) होती है परन्तु हालोफोर्म अभिक्रिया (haloform reaction) नहीं होती, जबकि S की हालोफोर्म अभिक्रिया होती है परन्तु कैनिजारो अभिक्रिया नहीं होती।



P और R के उचित संयोजन वाला विकल्प क्रमशः है (हैं)



Q.28 परिवेश (surroundings) के साथ साम्यावस्था में एक पात्र में हो रही एक अभिक्रिया के लिए, एन्ट्रॉपी में बदलाव के अनुसार इसके साम्यावस्था स्थिरांक K पर तापमान के प्रभाव का वर्णन ऐसे किया जाता है

- [A] तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माक्षेपी (exothermic) के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान घटता है क्योंकि निकाय की एन्ट्रॉपी में बदलाव धनात्मक है
- [B] तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माशोषी (Endothermic) अभिक्रिया के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान बढ़ता है क्योंकि परिवेश की प्रतिकूल एन्ट्रॉपी में बदलाव घटता है
- [C] तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माक्षेपी (exothermic) अभिक्रिया के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान घटता है क्योंकि परिवेश की अनुकूल एन्ट्रॉपी में बदलाव घटता है
- [D] तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माशोषी (Endothermic) अभिक्रिया के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान बढ़ता है क्योंकि निकाय की एन्ट्रॉपी में बदलाव ऋणात्मक है

रफ कार्य के लिए स्थान

परिवेश [अनुकूल]

रफ अधिक → एन्ट्रॉपी अधिक

Q.29 केवल उभयध्रमी (amphoteric) आक्साइडों वाला (वाले) विकल्प है (हैं)

[A] $\text{Cr}_2\text{O}_3, \text{CrO}, \text{SnO}, \text{PbO}$

~~[B] $\text{NO}, \text{B}_2\text{O}_3, \text{PbO}, \text{SnO}_2$~~

[C] $\text{Cr}_2\text{O}_3, \text{BeO}, \text{SnO}, \text{SnO}_2$

[D] $\text{ZnO}, \text{Al}_2\text{O}_3, \text{PbO}, \text{PbO}_2$

Q.30 निम्नलिखित में से सही कथन है (हैं)

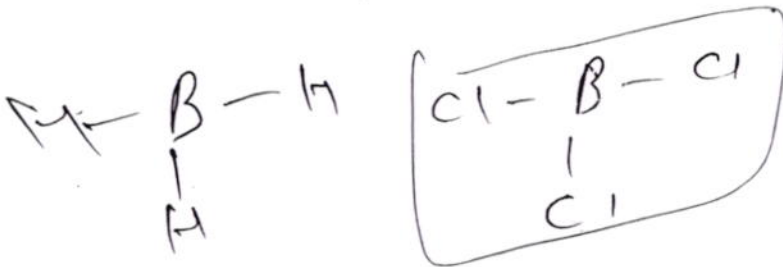
[A] $\text{Al}(\text{CH}_3)_3$ की द्वितीय संरचना (dimeric structure) में त्रिकेंद्र-दो इलेक्ट्रॉन आबंध हैं

[B] AlCl_3 की द्वितीय संरचना (dimeric structure) में त्रिकेंद्र-दो इलेक्ट्रॉन आबंध हैं

[C] BH_3 की द्वितीय संरचना (dimeric structure) में त्रिकेंद्र-दो इलेक्ट्रॉन आबंध हैं

[D] BCl_3 की लुईस अम्लता AlCl_3 से अधिक है

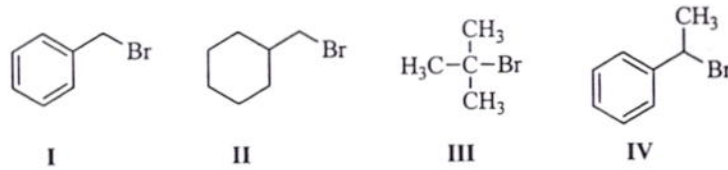
1	2	रफ कार्य के लिए स्थान			16	17	18
		13	14	15			
Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
		Al	Si	P	S	Cl	Ar
		Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
		In	Sn	Sb	Te	I	Xe
		Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn



Q.31 पृष्ठ गुणों (surface properties) के बारे में सही कथन है (हैं)

- ~~[A]~~ बादल एक इमल्शन प्रकार का कोलाइड है जिसमें द्रव परिक्षिप्त प्रावस्था (dispersed phase) है और गैस परिक्षेपण माध्यम (dispersion medium) है
- [B] अधिशोषण (Adsorption), निकाय की एन्ट्रॉपी घटने और एन्थेल्पी घटने के साथ होता है
- [C] कोलाइडी कणों की ब्राऊनी गति कणों के साइज पर निर्भर नहीं होती परन्तु विलयन की श्यानता (viscosity) पर निर्भर करती है
- [D] एथेन और नाइट्रोजन के क्रांतिक तापमान (critical temperatures) क्रमशः 563 K और 126 K हैं। एक दिए गये तापमान पर सक्रियित चारकोल की समान मात्र पर एथेन का अवशोषण नाइट्रोजन की अपेक्षा अधिक होगा

Q.32 नुक्लियोफिलिक प्रतिस्थापन अभिक्रियाओं (nucleophilic substitution reactions) के सन्दर्भ में निम्नलिखित यौगिकों के लिए सही कथन है (हैं)



- [A] I और II S_N2 क्रियाविधि का अनुसरण करते हैं
- ~~[B]~~ I, III और IV के लिए अभिक्रियाशिलता का क्रम है $IV > I > III$
- ~~[C]~~ I और III S_N1 क्रियाविधि का अनुसरण करते हैं
- ~~[D]~~ यौगिक IV के विन्यास (configuration) का प्रतीपन (inversion) होता है

रफ कार्य के लिए स्थान

S_N1 3° 2° 1°

खंड -3 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में दो अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।

अनुच्छेद 1

MnO_2 की उपस्थिति में $KClO_3$ का तापन करने पर एक गैस W बनती है। W की अधिकतम मात्रा सफेद फास्फोरस के साथ अभिक्रिया करके X देती है। X की शुद्ध HNO_3 के साथ अभिक्रिया Y और Z देती है।

Q.33 W और X क्रमशः हैं

[A] O_3 और P_4O_6

~~[B] O_2 और P_4O_{10}~~

[C] O_3 और P_4O_{10}

[D] O_2 और P_4O_6

Q.34 Y और Z क्रमशः हैं

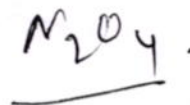
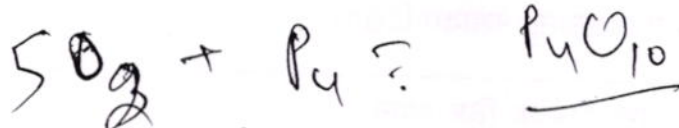
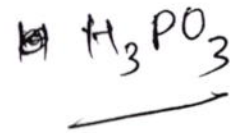
~~[A] N_2O_4 और H_3PO_3~~

[B] N_2O_4 और HPO_3

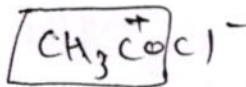
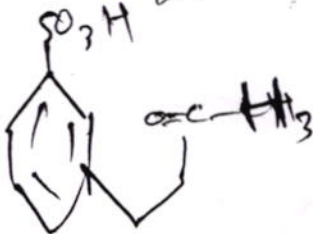
[C] N_2O_5 और HPO_3

[D] N_2O_3 और H_3PO_4

रफ कार्य के लिए स्थान



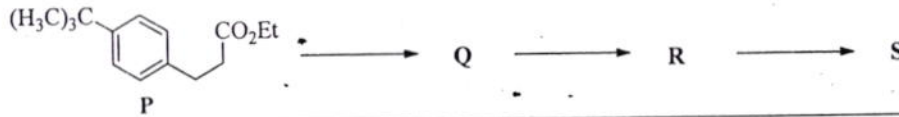
24/36



**9

अनुच्छेद 2

$(C_2H_5)_2O$ में यौगिक P की CH_3MgBr की अधिकता के साथ अभिक्रिया के उपरान्त जल डालने पर Q मिलता है। यौगिक Q H_2SO_4 के साथ $0^\circ C$ पर विवेचन करने पर R देता है। CH_2Cl_2 में R की निर्जलीय $AlCl_3$ की उपस्थिति में CH_3COCl के साथ अभिक्रिया के उपरान्त जल डालने पर यौगिक S उत्पन्न होता है। [यौगिक P में Et एथिल ग्रुप है]

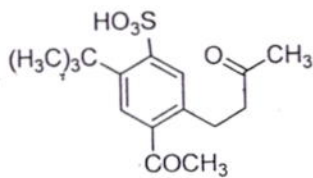


Q.35 Q से R और R से S अभिक्रियाएँ हैं

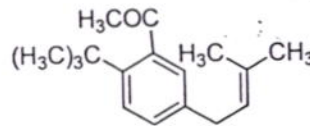
- [A] निर्जलीकरण और फ्रीडल-क्राफ्ट ऐसिलिकरण (Friedel-Crafts acylation)
 [B] फ्रीडल-क्राफ्ट एल्किलीकरण (Friedel-Crafts alkylation), निर्जलीकरण और फ्रीडल-क्राफ्ट ऐसिलिकरण (Friedel-Crafts acylation)
~~[C] ऐरोमेटिक सल्फोनैसन और फ्रीडल-क्राफ्ट ऐसिलिकरण (Friedel-Crafts acylation)~~
 [D] फ्रीडल-क्राफ्ट एल्किलीकरण (Friedel-Crafts alkylation) और फ्रीडल-क्राफ्ट ऐसिलीकरण (Friedel-Crafts acylation)

Q.36 उत्पाद S है

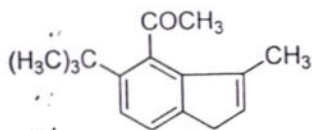
~~[A]~~



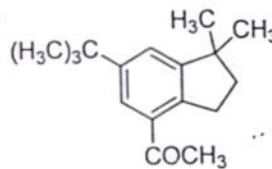
[B]



[C]

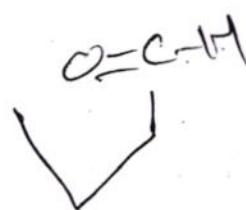
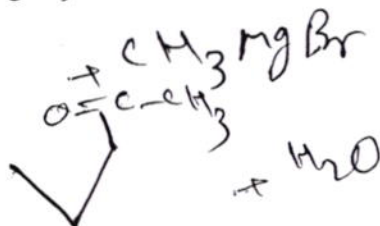
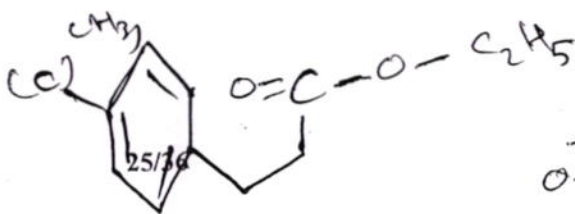


[D]



भाग 2 समाप्त: रसायन विज्ञान

रफ कार्य के लिए स्थान



भाग III: गणित

खंड -1 (अधिकतम अंक : 21)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर में चार विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
 पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
 शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.37 यह पाया गया है कि यादृच्छिक (randomly) रूप से चयनित तीन अऋणात्मक पूर्णांक (nonnegative integers) x, y एवम् z समीकरण $x + y + z = 10$ को सन्तुष्ट करते हैं। तब z के सम (even) होने की प्रायिकता (probability) है

[A] $\frac{36}{55}$

[B] $\frac{6}{11}$

[C] $\frac{5}{11}$

[D] $\frac{1}{2}$

Q.38 माना कि $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ हो। $k = 1, 2, \dots, 5$ के लिये, माना कि N_k , समुच्चय S के उन उपसमुच्चयों की संख्या है जिनमें प्रत्येक उपसमुच्चय में 5 अवयव हैं एवम् इन अवयवों में विषम अवयवों की संख्या k हो। तब $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 =$

[A] 125

[B] 252

[C] 210

[D] 126

रफ कार्य के लिए स्थान

$x + y + z = 10$

$10 + 0 + 0 = 10$

~~$0 + 0 + 0$~~

$9 + 1 + 0 = 10$

$9 + 0 + 1 = 10$

$8 + 2 + 0 = 10$

$8 + 0 + 2 = 10$

$8 + 1 + 1 = 10$

$7 + 3 + 0 = 10$

$7 + 0 + 3$

$7 + 2 + 1$

$7 + 1 + 2$

$6 + 4 + 0$

$6 + 0 + 4$

$6 + 3 + 1$

$6 + 1 + 3$

$6 + 2 + 2$

$5 + 5 + 0$

$5 + 0 + 5$

$5 + 4 + 1$

$5 + 1 + 4$

$5 + 3 + 2$

$5 + 2 + 3$

$4 + 6 + 0$

$4 + 0 + 6$

$4 + 5 + 1$

$4 + 1 + 5$

$4 + 4 + 2$

$4 + 2 + 4$

$4 + 3 + 3$

$3 + 7 + 0$

$3 + 0 + 7$

$3 + 6 + 1$

$3 + 1 + 6$

Q.39 यदि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक इस प्रकार का द्विअवकलनीय (twice differentiable) फलन है कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $f''(x) > 0$, एवम् $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, $f(1) = 1$ है, तब

[A] $0 < f'(1) \leq \frac{1}{2}$

[B] $f'(1) \leq 0$

[C] $f'(1) > 1$

~~[D] $\frac{1}{2} < f'(1) \leq 1$~~

$f''(x) > 0$

Q.40 यदि $y = y(x)$ अवकलनीय समीकरण (differential equation)

$$8\sqrt{x}(\sqrt{9+\sqrt{x}}) dy = \left(\sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{x}}}\right)^{-1} dx, \quad x > 0$$

~~$f(x)$~~

को सन्तुष्ट करता है एवम् $y(0) = \sqrt{7}$, है, तब $y(256) =$

[A] 80

~~[B] 3~~

[C] 16

[D] 9

$f(x) = \frac{x^2}{2}$

रफ कार्य के लिए स्थान

3 + 5 + ?

3 + 2 + 5

3 + 4 + 3

3 + 3 + 4

~~3 + 2 + 5~~

~~3 + 5 + 2~~

2 + 8 + 0

2 + 0 + 8

2 + 7 + 1

2 + 1 + 7

2 + 6 + 2

27/36

~~2 + 8 + 6~~

2 + 5 + 3

2 + 3 + 5

2 + 4 + 4

1 + 9 + 0

1 + 0 + 9

1 + 8 + 1

1 + 1 + 8

1 + 7 + 2

1 + 2 + 7

1 + 6 + 3

1 + 3 + 6

1 + 5 + 4

1 + 4 + 5

$f \quad f(x) = x$

~~1 + 4 + 5~~

$f(x) = 1$

0 + 10 + 0

0 + 9 + 1

0 + 1 + 9

0 + 8 + 2 = 36

0 + 2 + 8 = 36

0 + 7 + 3 = 66

0 + 3 + 7

0 + 6 + 4 = 66

0 + 4 + 6 = 66

0 + 5 + 5

~~0 + 4 + 5~~

Q.41 ऐसे कितने 3×3 आव्यूह M हैं जिनकी प्रविष्टियाँ (entries) $\{0, 1, 2\}$ में हैं एवम् $M^T M$ की विकर्णीय प्रविष्टियाँ (diagonal elements) का योग 5 है?

[A] 198

[B] 126

[C] 135

[D] 162

Q.42 माना कि O मूलबिन्दु (origin) है एवम् PQR एक स्वेच्छिक त्रिभुज (arbitrary triangle) है। बिन्दु S इस प्रकार है कि

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OS}$$

तब बिन्दु S त्रिभुज PQR का है

[A] अन्तःकेन्द्र (incentre)

[B] लम्बकेन्द्र (orthocentre)

[C] परिवृत्तकेन्द्र (circumcenter)

[D] केन्द्रक (centroid)

Q.43 समतलों $2x + y - 2z = 5$ एवम् $3x - 6y - 2z = 7$ के लम्बवत् और बिन्दु $(1, 1, 1)$ से गुजरने वाले समतल का समीकरण है

[A] $14x + 2y + 15z = 31$

[B] $14x + 2y - 15z = 1$

[C] $-14x + 2y + 15z = 3$

[D] $14x - 2y + 15z = 27$

रफ कार्य के लिए स्थान

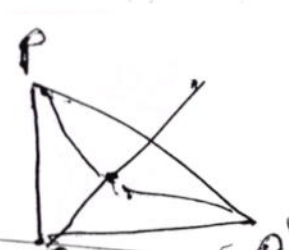
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AA' = I$$

$$\ln \frac{(k+2)k}{(k+1)^2}$$

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & \cdot \end{matrix}$$



$$[2, 3, 3]$$

$$[2x + y - 2z \cdot d(3x - 6y - 2z)] = 5 + 7 \cdot d$$

28/36

$$d = 4$$

$$14x + 2y - 10z = 35$$

$$\frac{16}{3} \ln 2$$

**9

$$\ln 2^{k+1} - \ln(k+1) - \ln k + \ln k$$

खंड -2 (अधिकतम अंक : 28)

$$\frac{\ln(2^{k+1})^k}{\ln(k+1)^2}$$

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
 पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
 आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
 शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।
 ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प [A], [C] और [D] हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +4 अंक मिलेंगे; सिर्फ [A], [D] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर +2 अंक मिलेंगे; तथा [A] और [B] के अनुरूप बुलबुलों को काला करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.44 यदि $I = \sum_{k=1}^{98} \int_k^{k+1} \frac{k+1}{x(x+1)} dx$, तब

~~[A] $I < \frac{49}{50}$~~

~~[B] $I < \log_e 99$~~

$\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

~~[C] $I > \frac{49}{50}$~~

[D] $I > \log_e 99$

$\ln(1+n) - \ln n$

Q.45 यदि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ इस प्रकार का अवकलनीय (differentiable) फलन है कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $f'(x) > 2f(x)$, एवम् $f(0) = 1$ है, तब

~~[A] $(0, \infty)$ में $f(x) > e^{2x}$~~

[B] $(0, \infty)$ में $f(x)$ हासमान (decreasing) है

~~[C] $(0, \infty)$ में $f(x)$ वर्धमान (increasing) है~~

[D] $(0, \infty)$ में $f'(x) < e^{2x}$

रफ कार्य के लिए स्थान

0.

350

$I = (k+1) \int_0^1 \frac{1}{x(x+1)} dx$

$\frac{A}{x^2+x}$

$\frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

$1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$

$-\int \frac{dx}{x}$

29/36

$1 = A(2x+1) + B$

$2x+1 \cdot \frac{2A=0}{A=0}$

$A+B=1$
 $B=1$

$\ln 2$

Q.46 यदि $f(x) = \begin{vmatrix} \cos(2x) & \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\cos x & \cos x & -\sin x \\ \sin x & \sin x & \cos x \end{vmatrix}$, तब

[A] $(-\pi, \pi)$ में केवल तीन बिन्दुओं पर $f'(x) = 0$ है

~~[B] $x = 0$ पर $f(x)$ का अधिकतम (maximum) है~~

[C] $x = 0$ पर $f(x)$ का न्यूनतम (minimum) है

[D] $(-\pi, \pi)$ में तीन से अधिक बिन्दुओं पर $f'(x) = 0$ है

Q.47 माना कि α एवम् β इस प्रकार की अशून्य वास्तविक संख्यायें (nonzero real numbers) हैं कि $2(\cos \beta - \cos \alpha) + \cos \alpha \cos \beta = 1$. तब निम्न में से कौन सा(से) सत्य है(हैं)?

[A] $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sqrt{3} \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

[B] $\sqrt{3} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

[C] $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sqrt{3} \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

[D] $\sqrt{3} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

रफ कार्य के लिए स्थान

$$f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$1(1) - 1(-1) = 2$

$f(x) = 2$

$$\begin{vmatrix} -\sin 2x & -2\sin 2x & 2\cos 2x \\ -\cos x & \cos x & -\sin x \\ \sin x & \sin x & \cos x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \cos x & \cos x \\ \sin x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$$

30/36

$$\begin{vmatrix} \cos 2x - \sin 2x & \cos x - \sin x & \cos 2x + \sin 2x \\ -2\cos x + \sin x & 2\cos x - \sin x & 2\sin x - \cos x \\ 2\sin x + \cos x & 2\sin x + \cos x & 2\cos x - \sin x \end{vmatrix}$$

$$\frac{1-x+x(1-x)}{(1-x)} \cos\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

Q.48 यदि $g(x) = \int_{\sin x}^{\sin(2x)} \sin^{-1}(t) dt$, तब

~~[A] $g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2\pi$~~

~~[B] $g'\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi$~~

[C] $g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi$

[D] $g'\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2\pi$

~~$0 - \frac{1}{1-x} - 2x$~~
 $\frac{2x \sin \frac{1}{1-x}}$

Q.49 यदि रेखा $x = \alpha$ क्षेत्र (region) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$ के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में विभाजित करती है, तब

[A] $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

[B] $\alpha^4 + 4\alpha^2 - 1 = 0$

[C] $0 < \alpha \leq \frac{1}{2}$

[D] $2\alpha^4 - 4\alpha^2 + 1 = 0$

$\frac{1 - (\alpha^4 + 4\alpha^2 - 1)}{1 - (\alpha^4 + 4\alpha^2 - 1)}$

Q.50 माना कि $x \neq 1$ के लिये, $f(x) = \frac{1-x(1+|1-x|)}{|1-x|} \cos\left(\frac{1}{1-x}\right)$, तब

~~[A] $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ का अस्तित्व नहीं है (does not exist)~~

~~[B] $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ का अस्तित्व नहीं है (does not exist)~~

[C] $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$

[D] $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$

$\frac{f(1)}{(1-x)^2}$

रफ कार्य के लिए स्थान

$g'(x) = \sin^2(\sin 2x) \cdot 2 \cos 2x - \sin^2(\sin x) \cdot \cos x$

$g'(x) = 2x \cdot 2 \cos 2x - x \cos x \cdot \frac{1-1}{(1-x)}$

$\left. \begin{matrix} \sin 2x \\ -\cos \\ \sin \end{matrix} \right\}$	+	$\left. \begin{matrix} \cos \cdot \cos & \sin 2x \\ -\cos \cdot \cos & -\sin \\ \cos \cdot \cos & -\sin \end{matrix} \right\}$	$\frac{(1-x)^0 + 1}{(1-x)^2}$
--	---	--	-------------------------------

$-\frac{\pi}{2} (-4 - 0)$

-2π

**9

$\frac{\pi}{2}$

2π

$\frac{-2x \sin \frac{1}{1-x}}{(1-x)^2}$

$a_{12} = p\alpha^{12} + q\beta^{12}$
 $a_0 = p + q$
 $a = p\alpha + q\beta$
 $a = p\alpha^3 + q\beta^3$
 $a = p\alpha^4 + q\beta^4 = 2$

खंड -3 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में दो अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प [A], [B], [C] और [D] हैं जिनमें सिर्फ एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे:
पूर्ण अंक : +3 यदि सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी बुलबुले को काला नहीं किया है।

अनुच्छेद 1

माना कि O मूलबिन्दु (origin) है एवम् $\vec{OX}, \vec{OY}, \vec{OZ}$ क्रमशः त्रिभुज PQR की भुजायें $\vec{QR}, \vec{RP}, \vec{PQ}$, की दिशाओं में तीन एकक सदिश (unit vectors) हैं।

Q.51 $|\vec{OX} \times \vec{OY}| =$

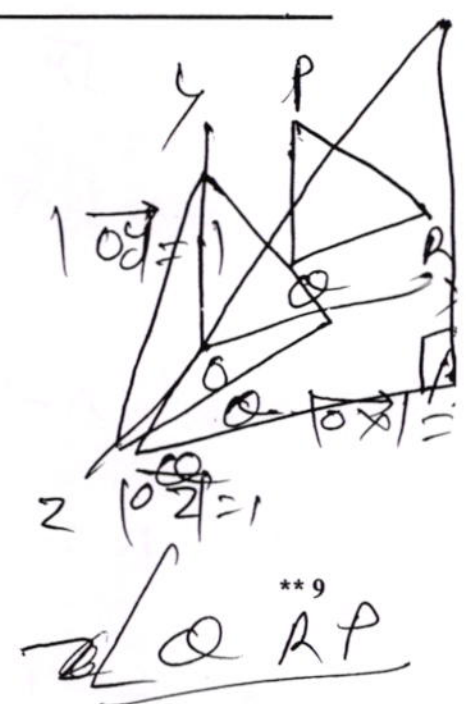
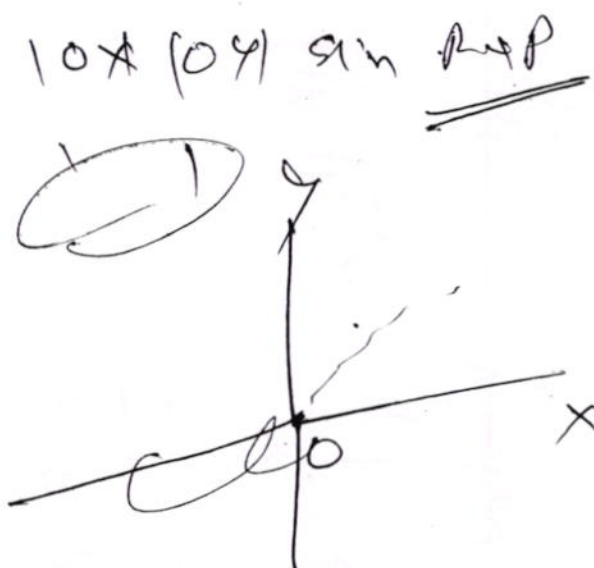
- [A] $\sin(Q + R)$ [B] $\sin(P + R)$ [C] $\sin 2R$ [D] $\sin(P + Q)$

Q.52 यदि त्रिभुज PQR परिवर्ती है (if the triangle PQR varies), तब,

$\cos(P + Q) + \cos(Q + R) + \cos(R + P)$ का न्यूनतम मान (minimum value) है-

- [A] $\frac{3}{2}$ [B] $-\frac{3}{2}$ [C] $\frac{5}{3}$ [D] $-\frac{5}{3}$

रफ कार्य के लिए स्थान



अनुच्छेद 2

माना कि p, q पूर्णांक हैं एवम् α, β समीकरण $x^2 - x - 1 = 0$ के मूल हैं, जहां $\alpha \neq \beta$ है। $n = 0, 1, 2, \dots$ के लिये माना कि $a_n = p\alpha^n + q\beta^n$ है।

तथ्य: यदि a एवम् b परिमेय संख्यायें (rational numbers) हैं एवम् $a + b\sqrt{5} = 0$ है, तब $a = 0 = b$ है।

Q.53 यदि $a_4 = 28$, तब $p + 2q =$

[A] 14

[B] 7

[C] 12

[D] 21

$$a + b\sqrt{5} = 0$$

Q.54 $a_{12} =$

[A] $2a_{11} + a_{10}$

[B] $a_{11} - a_{10}$

[C] $a_{11} + a_{10}$

[D] $a_{11} + 2a_{10}$

$$28 = p\alpha^4 + q\beta^4$$

प्रश्न पत्र समाप्त

रफ कार्य के लिए स्थान

$$\frac{1}{2\sqrt{5}} \sqrt{9+\sqrt{35}} = \sqrt{7}$$

$$y(0) = \sqrt{7}$$

$$\sqrt{9+\sqrt{35}} = 2\sqrt{35}$$

$$9+\sqrt{35} = 4 \times 35$$

$$\sqrt{35} = \frac{4 \times 35 - 9}{2}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ 16 \times 16 \\ \hline 96 \\ 16 \times \\ \hline 256 \end{array}$$

$$y = y(256) = \frac{1}{2\sqrt{5}} \sqrt{9+\sqrt{256}}$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\left(\frac{29}{2}\right)$$

$$x = \frac{+1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \alpha$$

$$\frac{+1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

**9

33/36

$$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

प्रश्नपत्र का प्रारूप एवं अंकन योजना

20. इस प्रश्नपत्र में तीन भाग हैं : भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित ।

21. प्रत्येक भाग में तीन खंड है जिनका विवरण निम्नलिखित तालिका में दिया गया है।

खंड	प्रश्न का प्रकार	प्रश्नों की संख्या	वर्गानुसार प्रत्येक प्रश्न के अंक				खंड में अधिकतम अंक
			पूर्ण अंक	आंशिक अंक	शून्य अंक	ऋण अंक	
1	एकल सही विकल्प	7	+3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है	—	0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है	-1 अन्य सभी परिस्थितियों में	21
2	एकल या एक से अधिक सही विकल्प	7	+4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है	+1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर. यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है	0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है	-2 अन्य सभी परिस्थितियों में	28
3	बोधन क्षमता (comprehension)	4	+3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है	—	0 अन्य सभी परिस्थितियों में	—	12